

SÉRIE A, n° 3360

N° D'ORDRE :

4432

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

ROBERT VINH MAU

1^{re} THÈSE. — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE THÉORIQUE DE
L'EFFET DU CHAMP DE COULOMB DANS LE
RAYONNEMENT DE FREINAGE INTERNE ASSOCIÉ
A LA DÉSINTÉGRATION β .

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 2 novembre 1960 devant la Commission d'examen.

MM. L. DE BROGLIE....	<i>Président.</i>
M. LEVY.....	} <i>Examineurs.</i>
R. NATAF.....	

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1962

PUBLIÉES AVEC LE CONCOURS DU CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE.



Digitized by the Internet Archive
in 2026

SÉRIE A, N° 3360

N° D'ORDRE :

4432

THÈSES

PRÉSENTÉES

A LA FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

POUR OBTENIR

LE GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

ROBERT VINH MAU

1^{re} THÈSE. — CONTRIBUTION A L'ÉTUDE THÉORIQUE DE
L'EFFET DU CHAMP DE COULOMB DANS LE
RAYONNEMENT DE FREINAGE INTERNE ASSOCIÉ
A LA DÉSINTÉGRATION β .

2^e THÈSE. — PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ.

Soutenues le 2 novembre 1960 devant la Commission d'examen.

MM. L. DE BROGLIE *Président.*

M. LEVY..... }
R. NATAF..... } *Examineurs.*

PARIS

MASSON ET C^{ie}, ÉDITEURS

LIBRAIRES DE L'ACADÉMIE DE MÉDECINE

120, BOULEVARD SAINT-GERMAIN

1962

PUBLIÉES AVEC LE CONCOURS DU CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE.

FACULTÉ DES SCIENCES DE L'UNIVERSITÉ DE PARIS

Doyen J. PÉRÈS

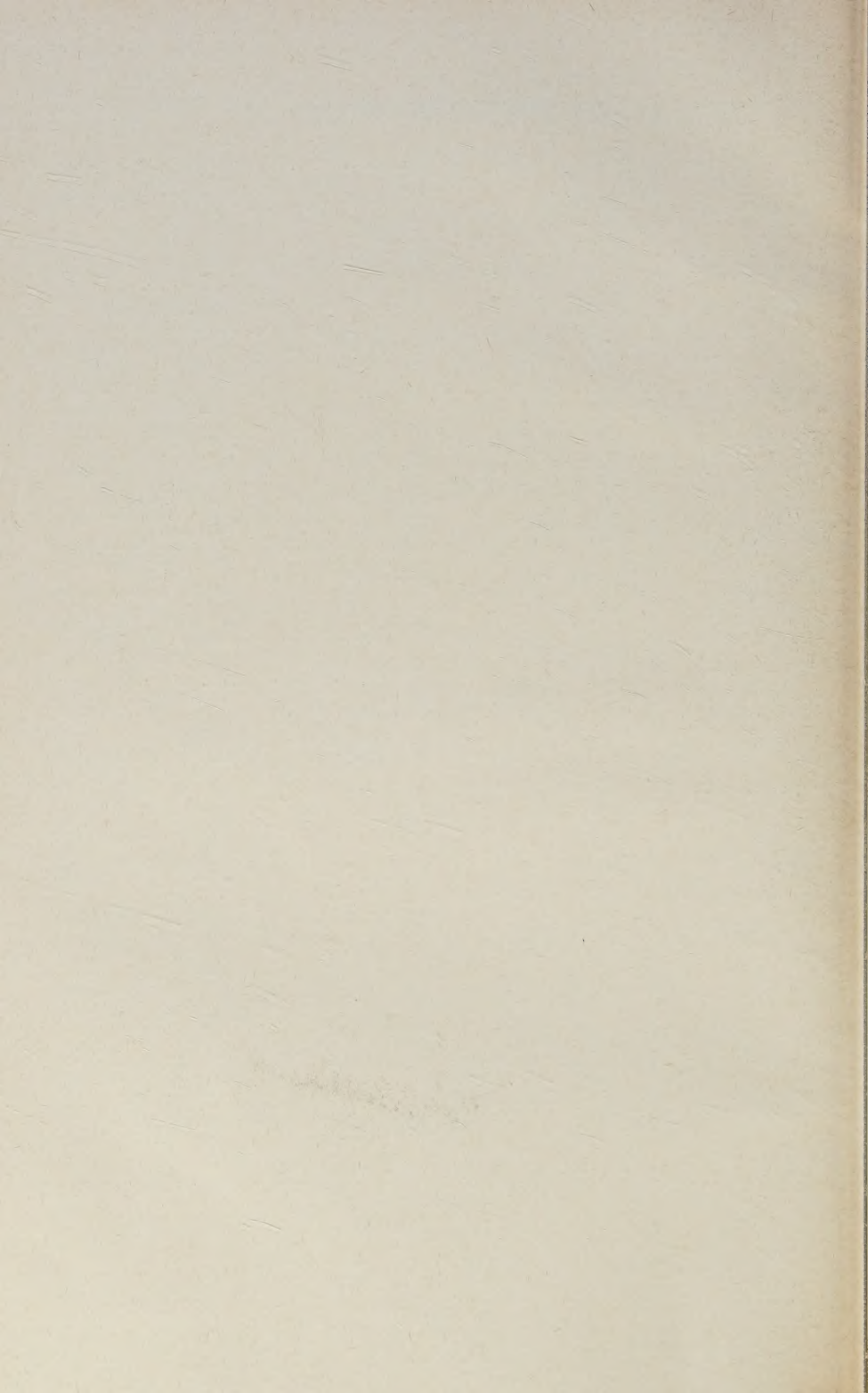
PROFESSEURS

G JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	GRIVET	T	Radioélectricité (Orsay).
DE BROGLIE	T	Théories physiques.	PONCIN	T	Mécanique générale.
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.	DUBREIL	T	Arithmétique et théorie des nombres.
PÉRÈS	T	Mécanique des fluides et applications.	QUELET	T	Chimie organique.
BARRABÉ	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	CAGNIARD	T	Géophysique appliquée.
BOURCART	T	Géographie physique et Géologie dynamique.	CHAMPETIER	T	Chimie macromoléculaire.
PLANTEFOL	T	Botanique.	CUVILLIER	T	Micropaléontologie.
GRASSÉ	T	Évolution des êtres organisés.	JUNG	T	Pétrographie.
PRÉVOST	T	Chimie organique.	TRILLAT	T	Microscopie et diffraction électronique.
BOULIGAND	T	Analyse appliquée à la Géométrie.	WIEMANN	T	Chimie organique et structurale.
CHAUDRON	T	Chimie appliquée.	JACQUINOT	T	Spectroscopie et physique céleste.
WYART	T	Minéralogie.	VASSY	T	Physique de l'atmosphère.
TESSIER	T	Zoologie.	DESTOUCHES	T	Théories physiques.
MANGENOT	T	Biologie végétale.	PRUVOST	T	Géologie.
AUGER	T	Physique quantique et Relativité.	AMIEL	T	Chimie générale.
MONNIER	T	Physiologie générale.	HOCART	T	Minéralogie.
PIVETEAU	T	Paléontologie.	J.-P. MATHIEU	T	Physique (Orsay).
ROCARD	T	Physique (E.N.S.).	COUTEAUX	T	Biol. animale (P.C.B.).
CARTAN	T	Mathématiques (E.N.S.).	MAY	T	Zoologie (Orsay).
LAFFITTE	T	Chimie générale.	CHOQUET	T	Théorie des fonctions et topologie.
FAVARD	T	Géométrie supérieure.	FELDMANN	T	Biologie végétale marine.
COULOMB	T	Physique du globe.	GUINIER	T	Physique des solides.
M ^{lle} COUSIN	T	Biologie animale (S.P.C.N.).	JOST	T	Physiologie comparée.
CHRÉTIEN	T	Chimie minérale.	FORTET	T	Calcul des probabilités et physique mathématique.
DRACH	T	Zoologie.	SCHWARTZ	T	Calcul diff. et intégral.
KASTLER	T	Physique (E.N.S.).	CHOUARD	T	Physiologie végétale.
EPHROSSI	T	Génétique.	MALAVARD	T	Aviation.
WURMSER	T	Biologie physico-chimique.	BRÉLOT	T	Calcul différentiel.
RIVIÈRE	T	Géologie (S.P.C.N.) (Orsay).	NORMANT	T	Synthèse organique.
GAUTHERET	T	Biologie végétale (P.C.B.).	BÉNARD	T	Chimie minérale.
R. LUCAS	T	Recherches physiques.	BUVAT	T	Botanique (E.N.S.).
A. THOMAS	T	Biologie cellulaire.	DUGUÉ	T	Statistiques mathématiques.
ARNULF	T	Optique appliquée.	GELOSO	T	Chimie (S.P.C.N.).
MORAND	T	Physique Enseignement.	SOULACRAC	T	Psychophysiologie.
SOLEILLET	T	Physique (P.C.B.).	ULRICH	T	Physiologie végétale.
FORTIER	T	Mécan. expérimentale des fluides.	MARÉCHAL	T	Optique théorique et appliquée.
DANJON	T	Astronomie.	KIRRMANN	T	Théories chimiques.
PETIT	T	Biologie maritime.	CHADEFAUD	T	Botanique.
QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.	M ^{lle} LE BRETON	T	Physiologie générale.
GAILLIEN	T	Embryologie.	SALEM	T	Mathématiques générales.
EICHHORN	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).	LELONG	T	Mathématiques générales.
DE CUGNAC	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).	DEVILLERS	T	Anatomie et histologie comparées.
M ^{lle} CAUCHOIS	T	Chimie physique.	EHRESMANN	T	Topologie algébrique.
THELLIER	T	Physique du globe.	FRANÇON	T	Physique (S.P.C.N.).
L'HÉRTIER	T	Génétique.	GLANGEAUD	T	Géographie physique et géologie dynamique.
			GODEMENT	T	Mathématiques (M.G.P.).

PROFESSEURS (suite)

PISOT	T	Techniques mathém. de la Phys.	DELANGE	T	Mathématiques (Orsay).
ROCH	T	Géologie.	DENY	T	Mathématiques (M.G.P.).
SCHATZMAN	T	Astrophysique.	P. GERMAIN	T	Mécanique théorique des fluides.
TERMIER	T	Paléontologie stratigraphique.	G. LUCAS	T	Géologie
ZAMANSKY	T	Mathématiques générales.	ALLARD		Chimie physique.
LENNUIER		Physique (M.G.P.).	BERTHELOT		Physique nucléaire et radioactivité.
RIZET		Génétique.	BRICARD		Météorologie et Physique de l'atmosphère.
ROUTHIER		Géologie appliquée.	M ^{me} ALBE-FESSARD		Psychophysiol.
M ^{me} TONNELAT	T	Relativité.	FRIEDEL		Physique des solides.
DIXMIER	T	Mathématiques (M.P.C.).	M. JULIA		Études des molécules organiques complexes.
SOUCHAY	T	Chimie générale.	LENDER	T	Biologie animale (S.P.C.N.) (Orsay).
AIGRAIN	T	Électrotechnique générale.	MAGAT		Physico-chim. des rayonnements.
BRUSSET		Chimie minérale.	M ^{lle} QUINTIN	T	Électrochimie.
M. LEVY		Physique théorique des hautes énergies.	MONOD	T	Chimie du métabolisme.
M ^{me} CHAIX		Chimie biologique.	BENOIT	T	Physiologie animale.
M ^{me} HUREL-PY		Biologie végétale (P.C.B.).	DE POSSEL	T	Analyse numérique.
PIAUX		Chimie (P.C.B.).	CHARLOT	T	Chimie analytique.
BRUN		Mécanique expérimentale des fluides	HAÏSSINSKY	T	Radiochimie.
LEDERER	T	Chimie biologique.	LEMÉE	T	Physiologie (B.M.P.V.).
M ^{me} DUBREIL	T	Mathématiques.	GUÉRIN	T	Chimie (M.P.C.).
M ^{me} LELONG	T	Mathématiques (E.N.S.).	M. CHATELET		Chimie (S.P.C.N.).
BELLAIR	T	Géologie (S.P.C.N.).	JEAN		Physique nucléaire et radioactivité.
COTTE	T	Physique (Orsay).	MATTLER		Physique (S.P.C.N.).
J.-E. DUBOIS	T	Chimie organique.	LOUIS MICHEL		Physique théorique des hautes énergies.
LAMOTTE		Zoologie (E.N.S.).	RUMPF		Chimie (P.C.B.).
André MICHEL	T	Chimie (S.P.C.N.).	BERGERARD		Zoologie (Orsay).
OLMER	T	Énergétique générale.	BERTIN		Électronique.
ROUAULT	T	Physique générale.	BOUSSIÈRES		Chimie des radioéléments.
GAUTHIER	T	Mécanique appliquée.	M ^{me} COUTURE		Physique (P.C.B.).
BARCHIEWITZ	T	Chimie physique.	ELLENBERGER		Géologie structurale et Géologie appliquée.
BROSSEL		Physique atomique.	FRANC		Biologie animale.
BUSER		Physiologie comparée.	SCHNELL		Botanique tropicale.
CAMUS		Physiol. végét. (3 ^e cycle).	STOLKOWSKI		Physiologie générale.
CASTAING		Physique générale.	ACHER		Chimie biologique (Orsay).
CURIEN		Minéralogie et cristallographie.	BAUDOIN	T	Biologie animale (P.C.B.).
MOYSE	T	Physiologie végétale (Orsay).	BEAUMONT	T	Biologie animale (S.P.C.N.).
PANNETIER		Chimie (S.P.C.N.).	BLAMONT		Géophysique Ionosphère.
POSSOMPES		Zoologie.	BOURREAU	T	Biologie végétale (S.P.C.N.) (Orsay).
PULLMAN		Chimie théorique.	D. CURIE		Physique (M.G.P.).
TEILLAC		Physique nucléaire et radioactivité.	DURAND-DELGA		Géologie.
TONNELAT		Biologie physico-chimique.	FRÉON		Chimie (P.C.B.).
VILLE		Économétrie.	HELLER		Physiologie végétale.
WILLEMART		Chimie (P.C.B.).	TORTRAT		Calcul des probabilités.
DODÉ	T	Chimie (S.P.C.N.) (Orsay).	CAILLEUX		Géologie (S.P.C.N.).
FREYMAN	T	Physique générale.	MAGNAN		Physique (M.P.C.).
GUINOCHET	T	Biologie végétale (Orsay).	DAUDEL		Mécanique ondulatoire appliquée à la chimie théorique et à la physique nucléaire.
ROLLET	T	Chimie (P.C.B.).	M ^{lle} FOURCROY	T	Biologie végétale (S.P.C.N.).
M ^{lle} JOSIEN	T	Chimie (P.C.B.).			
CHEVALLEY	T	Géométrie algébrique et théorie des groupes			
ARNOULT	T	Électronique.			
CHAPELLE	T	Physique (M.P.C.) (Orsay).			

Secrétaire Général Ch MONIER



Je suis très reconnaissant à M. le Professeur Louis de Broglie de m'avoir, par ses enseignements, intéressé à la Physique théorique, et je le remercie d'avoir bien voulu accepter de présider le jury de ma thèse.

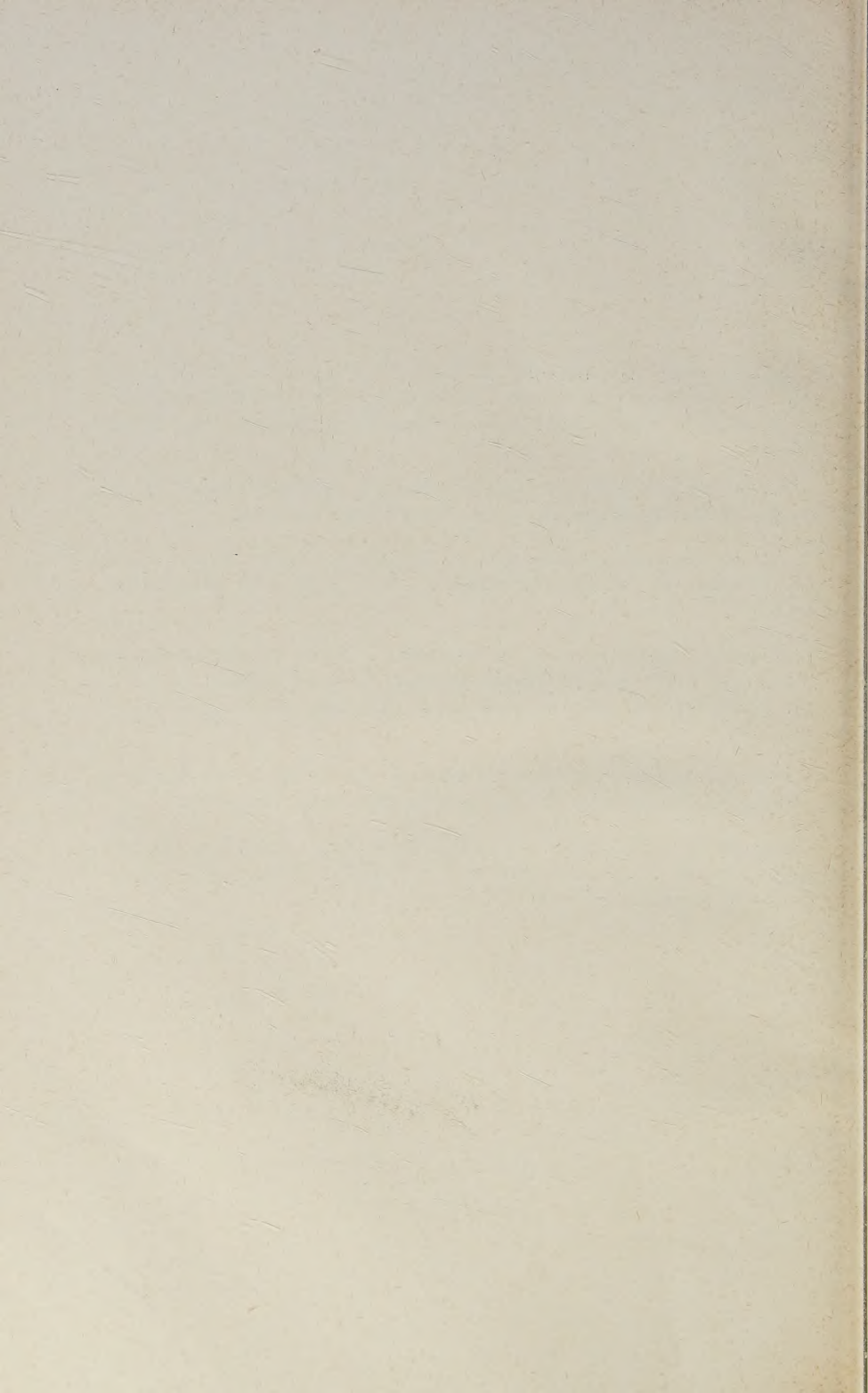
C'est au titre d'attaché de recherche au Centre National de la Recherche Scientifique que j'ai pu mener à bien ce travail,

Il a été effectué au Laboratoire de Physique nucléaire de la Faculté des Sciences et je voudrais remercier ici M. le Professeur Jean Teillac de m'y avoir accueilli.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à M. le Professeur Roger Nataf qui, après m'avoir proposé le sujet, m'a constamment guidé en me prodiguant ses conseils et encouragements avec beaucoup de bienveillance.

Je voudrais aussi remercier le Docteur L. C. Maximon, du National Bureau of Standards (U. S. A.) pour de profitables discussions.

Les calculs numériques ont pu être effectués sur l'ordinateur électronique I. B. M. 704 grâce au concours du Fonds de Recherche de l'Institut Européen de Calcul Scientifique.



CONTRIBUTION A L'ÉTUDE THÉORIQUE DE L'EFFET DU CHAMP DE COULOMB DANS LE RAYONNEMENT DE FREINAGE INTERNE ASSOCIÉ A LA DÉSINTÉGRATION β ⁽¹⁾

PAR ROBERT VINH MAU

INTRODUCTION

Les phénomènes de rayonnement de freinage interne associé à la désintégration β c'est-à-dire les processus :

$$\begin{aligned} n &\rightarrow p + \beta_1^- + \tilde{\nu} \rightarrow n + \beta^- + \gamma + \tilde{\nu} \\ n &\rightarrow n + \beta_1^+ + \nu \rightarrow n + \beta^+ + \gamma + \nu \end{aligned}$$

(le neutron ou proton pouvant être lié dans un noyau) ont été signalés, pour la première fois, par Aston (1927) puis par Branson (1930). Leurs expériences sur le RaE et le Cu ont, en effet, attiré l'attention sur la possibilité d'une émission de photons ayant un spectre d'énergie continu et différent des photons monochromatiques de désexcitation nucléaire.

Les premiers calculs théoriques ont été effectués par Knipp et Uhlenbeck (1936) et par Bloch (1936), ces auteurs ont calculé la probabilité d'émission de photons de freinage interne associé à des transitions β permises, par une méthode de perturbations du 2^e ordre (chacune des interactions de Fermi et électromagnétique étant traitée au 1^{er} ordre) ; le processus par eux considéré correspond aux diagrammes de Feynman du type représenté à la figure 1.

Ces calculs de Knipp et Uhlenbeck et Bloch semblaient en accord avec les premiers résultats expérimentaux, notamment ceux de Mme Wu (1941), Novey (1953), Bolgiano et al. (1953), etc. ; mais un certain nombre de nouvelles expériences (Starfelt et Svantesson, 1955),

Mme Langevin-Joliot (Thèse 1956)), semblent en complet désaccord avec la théorie de Knipp et Uhlenbeck. Le nombre de photons par désintégration β et par mc^2 observé est toujours bien plus grand que celui prédit par les calculs de Knipp et Uhlenbeck.

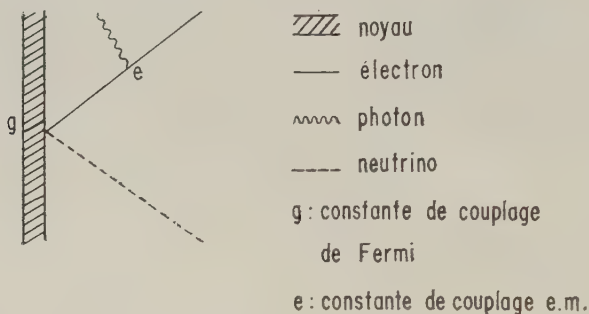


Fig. 1.

Ce désaccord entre les résultats théoriques et expérimentaux pourrait être, de façon assez naturelle, attribué au fait que Knipp et Uhlenbeck et Bloch ont, dans leurs calculs, complètement négligé l'interaction coulombienne entre l'électron β et le noyau résiduel. Des différentes possibilités d'explication du désaccord, ces « effets coulombiens » semblent être les plus probables : en effet, la contribution du « rayonnement nucléaire » ne paraît pas, au moins pour les transitions β permises, importante (Longmire (1949), Horowitz (1952)); d'autre part, Weneser (1953), Gold et Spruch (1958) ont montré que la contribution due au moment magnétique anormal (s'il existe) du neutrino n'est pas appréciable ; enfin, le rôle du cortège électronique n'est vraisemblablement pas essentiel dans les phénomènes associés à la désintégration β , il ne semble significatif que pour la capture K.

Il existe des calculs théoriques récents sur les effets coulombiens dans la théorie du bremsstrahlung interne associé à la désintégration β , cependant les auteurs de ces travaux ont toujours fait, pour simplifier nettement les calculs, des approximations qui ne paraissent pas, *a-priori*, très justifiées :

a) Lewis et Ford (1957) ont traité le champ coulombien en *approximation de Born*, autrement dit, ils n'ont pris en considération que des diagrammes de Feynman du type représenté à la figure 2.

b) Gold et Spruch (1959) ont traité le champ coulombien de façon plus complète mais seulement au prix de l'*approximation non relativiste* des électrons β intermédiaires et finaux.

Les résultats de ces deux groupes d'auteurs ont légèrement atténué le désaccord théorie-expérience qui reste cependant important. D'une

façon générale le nombre de photons par émission β et par mc^2 observé reste très supérieur aux prédictions théoriques, ceci sur l'ensemble du spectre des photons. A première vue, les corrections apportées par les calculs de Lewis et Ford au nombre de photons par désintégration β et par mc^2 étant faibles, on pourrait penser que les autres termes de la série de Born (d'ordre plus élevé en $Z\alpha$) fournissent des contributions encore plus faibles ; en fait dans l'approximation de Born pour le potentiel coulombien, le diagramme du type ci-contre (fig. 3) ne contribuant pas, les corrections coulombiennes à la fois pour les désintégrations β « radiative » et « non radiative » proviennent seulement de la modification de l'état final de l'électron, par conséquent leurs effets se compensent partiellement dans le rapport des deux processus ; une telle situation peut ne pas se produire pour les autres termes de la série de Born. Dans le travail de Gold et Spruch, le traitement plus exact du

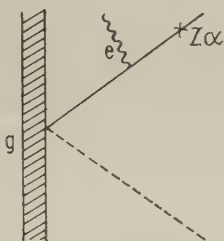


Fig. 2.

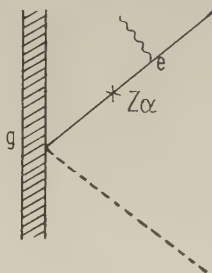


Fig. 3.

champ coulombien est contrebalancé par l'approximation non relativiste des électrons ; cependant on peut en tirer des indications selon lesquelles les termes d'ordre supérieur en $Z\alpha$ fourniraient une contribution non négligeable :

en effet, pour les énergies du photon voisines du maximum (c'est-à-dire pour la région où l'approximation non relativiste des électrons est la plus valable), leurs résultats sont nettement plus élevés que ceux de Lewis et Ford.

Nous avons essayé, dans ce travail, d'éviter les approximations décrites précédemment et de traiter de façon complète l'influence du champ coulombien nucléaire dans les phénomènes de bremsstrahlung interne associés à la désintégration β .

Ce programme a soulevé quelques complications mathématiques provenant d'une part de la description des effets coulombiens relativistes dans les états intermédiaires et finaux des électrons, et d'autre part de l'évaluation des intégrales radiales rencontrées dans l'amplitude de transition. En effet :

1° Nous verrons dans le chapitre suivant qu'il intervient dans

l'amplitude de transition une sommation sur les états intermédiaires de l'électron comprenant à la fois les spectres discret et continu. Nous montrerons que cette sommation peut être évitée en introduisant la fonction de Green pour l'équation d'ondes d'un électron dans le champ coulombien.

Mais s'agissant ici de l'équation de Dirac, cette fonction de Green est un opérateur agissant sur des fonctions d'ondes spinorielles ; en suivant une méthode de Glauber et Martin (1958) nous mettrons cette fonction de Green sous la forme d'une somme d'opérateurs de Dirac multipliés par des fonctions radiales scalaires. D'une manière analogue, la fonction d'onde finale de l'électron sera exprimée en termes d'opérateurs de Dirac agissant sur un spineur de particule libre.

Nous pourrions ainsi évaluer la probabilité de transition par la méthode classique des traces.

2° La difficulté, concernant les intégrales radiales, réside en ce que l'intégrant se présente comme un produit d'une fonction sphérique de Bessel, d'une fonction de Whittaker $W_{a,b}(r)$ et d'une fonction hypergéométrique confluyente ${}_1F_1(\alpha, \beta; r)$. Nous exploiterons un travail d'Erdelyi et Meijer (1939) pour réduire ces intégrales à certains types de séries hypergéométriques à 3 variables (séries de Horn) qui se révèlent assez maniables dans les applications numériques.

Enfin nous donnerons les résultats numériques, obtenus avec l'ordinateur I. B. M. 704, de l'application de nos calculs au cas du ^{35}S .

CHAPITRE PREMIER

Formulation de l'amplitude de transition.

Nous exposons, dans ce chapitre, une méthode d'obtention de l'amplitude de transition dans laquelle la sommation sur les états intermédiaires (en présence du champ de Coulomb) est décrite par une fonction de Green satisfaisant à une forme simple de l'équation de Dirac inhomogène.

Nous prendrons la densité d'hamiltonien d'interaction β sous la forme ⁽¹⁾ :

$$H_\beta(x) = gN(x)\bar{e}(x)O_\beta v(x) + h.c \quad (1.1)$$

où $N(x) = \bar{p}(x)O_\beta n(x)$ est la partie nucléaire de l'interaction ; $e(x)$ et

⁽¹⁾ Dans la suite, pour simplifier la présentation, nous nous limiterons à l'émission β^- et nous omettrons la partie hermitique conjuguée de l'hamiltonien.

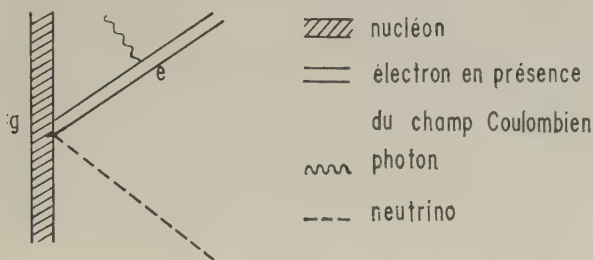


Fig. 4.

$\psi(x)$ sont les opérateurs de champ de l'électron et du neutrino ;
 $O_\beta = \frac{1 + \rho_1}{2} \gamma_\mu$ pour une interaction β du type V-A.

En ce qui concerne l'interaction du champ de l'électron émis avec le champ de rayonnement, nous nous occupons des processus où un seul photon est émis, par conséquent la partie de la densité d'hamiltonien qui nous intéresse est la suivante :

$$H_\gamma(x) = e\bar{e}(x)\gamma_\mu A^{\mu\dagger}(x)e(x) \quad (1.2)$$

où $A^{\mu\dagger}$ désigne ici la partie de l'opérateur de champ qui décrit la création d'un photon.

Puisque nous voulons tenir compte de l'influence du champ coulombien considéré comme champ extérieur sur l'électron émis, il est indiqué d'utiliser la représentation de Furry (cf. par exemple Bethe et de Hoffmann. *Mesons and Fields*, t. 1, p. 310) dans laquelle l'équation d'évolution et les relations de commutation pour les champs $e(x)$ sont :

$$[i\nabla - e\gamma_0 A_0^{\text{ext}} - m]e(x) = 0 \quad \left(\nabla = \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla} + \gamma_0 \frac{\partial}{\partial t} \right) \quad (1.3)$$

$$\{e_\alpha(x_1), \bar{e}_\beta(x_2)\} = -iS_{\alpha\beta}(x_1, x_2) \quad (1.4)$$

avec :

$$[i\nabla_1 - e\gamma_0 A_0^{\text{ext}} - m]S(x_1, x_2) = 0. \quad (1.5)$$

Pour les champs $A_\mu(x)$ et $\psi(x)$ les équations d'évolution et les relations de commutation sont celles des champs libres.

Le formalisme de Feynman-Dyson s'étend à cette représentation et le terme de la matrice S correspondant au processus étudié (diagramme du type représenté à la figure 4) est donné par :

$$S^{(2)} = -1/2 \int \int d^4x_2 d^4x_1 T(H_\beta(x_1)H_\gamma(x_2)).$$

En utilisant les relations de commutation (1.4) et les règles habi-

tuelles de Feynman, l'élément de matrice S pour le processus considéré s'écrit, en désignant par $|P_0\rangle$ l'état initial du noyau, $|P, q, k, p\rangle$ l'état final comprenant le noyau final, l'antineutrino, le photon et l'électron respectivement d'énergie-impulsion P, q, k, p :

$$S_{if}^{(2)} = \langle P, q, k, p | S^{(2)} | P_0 \rangle$$

$$S_{if}^{(2)} = \frac{eg}{2} \iint d^4x_2 d^4x_1 \bar{e}(x_2) \gamma_\mu A^{\mu*}(x_2) S_F(x_2, x_1) O_{\beta\nu}(x_1) N_{fi}(\mu_1) \quad (1.6)$$

où $e(x)$, $A^\mu(x)$, $\nu(x)$ sont maintenant les fonctions d'ondes de l'électron, du photon et du neutrino, le « propagateur coulombien » — $1/2 S_F(x_2, x_1)$ de l'électron satisfaisant à l'équation inhomogène associée à (1.3)

$$-1/2[i\nabla_2 - e\gamma^0 A_0^{\text{ext}}(x_2) - m]S_F(x_2, x_1) = i\delta^{(4)}(x_2 - x_1).$$

La fonction $-1/2 S_F(x_2, x_1)$ peut être obtenue à partir des solutions de l'équation homogène (1.3) (cf. par exemple Bethe et de Hoffmann, t. 1, p. 314) et puisque le champ extérieur (champ coulombien) est ici statique, sa forme est :

$$-1/2 S_F(x_2, x_1) = \sum_{nE^+} e_n(\vec{x}_2) \bar{e}_n(\vec{x}_1) e^{-iE_n(t_2-t_1)} \theta(t_2 - t_1)$$

$$- \sum_{nE^-} e_n(\vec{x}_2) \bar{e}_n(\vec{x}_1) e^{-iE_n(t_2-t_1)} \theta(t_1 - t_2) \quad (1.8)$$

($\sum_{nE^+}$ et $\sum_{nE^-}$ s'étendent respectivement sur les états à énergie positive et négative).

Séparant les dépendances spatiales et temporelles des fonctions d'ondes des différentes particules, nous pouvons mettre (1.6) sous la forme :

$$S_{if}^{(2)} = \frac{-eg}{(2k)^{1/2}} \iint d^3x_1 d^3x_2 \bar{e}(\vec{x}_2) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_2} \varepsilon^{\mu*} \gamma_\mu \times$$

$$\times \left(\sum_{nE^+} e_n(\vec{x}_2) \bar{e}_n(\vec{x}_1) \mathcal{J}_n^+ - \sum_{nE^-} e_n(\vec{x}_2) \bar{e}_n(\vec{x}_1) \mathcal{J}_n^- \right) O_{\beta\nu}(\vec{x}_1) N_{fi}(\vec{x}_1)$$

où :

$$\mathcal{J}_n^\pm = \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{+\infty} dt_2 e^{-i(E_0+q-E_n)t_1} e^{-i(E_n-E-k)t_2} \theta(\pm(t_2 - t_1));$$

E_0 : énergie disponible dans le processus ; E, k, q : énergies respectives de l'électron, du photon et du neutrino.

L'intégration dans $\mathcal{J}_n^\pm$ se factorise et peut être effectuée si nous faisons le changement de variables : $t = t_2 - t_1$ et $t_1 = t_1$ et nous obtenons alors :

$$S_{if}^{(2)} = 2i\pi\delta(E_0 - |q| - k - E)M$$

avec l'amplitude de transition M définie par :

$$M = \frac{eg}{(2k)^{1/2}} \int d^3x_1 d^3x_2 \bar{e}(\vec{x}_2) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_2} \epsilon^{\mu*} \gamma_\mu \sum_n \frac{e_n(\vec{x}_2) \bar{e}_n(\vec{x}_1)}{E_n - (E + k)} O_{\beta\nu}(\vec{x}_1) N_{fi}(\vec{x}_1) \quad (1.9)$$

Sous cette forme on voit que la sommation sur les états intermédiaires comprenant à la fois les spectres discret et continu est décrite de manière compacte par la fonction de Green :

$$G(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1) = \sum_n \frac{e_n(\vec{x}_2) \bar{e}_n(\vec{x}_1)}{E_n - (E + k)}$$

obéissant à l'équation :

$$[-i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}_2 - \gamma_0(E + k - eA_0^{\text{ext}}) + m]G(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1) = \delta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \quad (1.10)$$

et le problème qui se pose immédiatement est celui de la recherche de l'expression de $G(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1)$ mais la résolution de l'équation (1.10) est malaisée sous sa forme actuelle ; pour la simplifier, introduisons, avec Glauber et Martin (1958), la fonction $\mathcal{G}(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1)$ définie par :

$$G(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1) = \left[i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}_2 + \gamma_0(E + k - eA_0^{\text{ext}}) + m \right] \mathcal{G}(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1) \quad (1.11)$$

d'après (1.10) $\mathcal{G}(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1)$ obéit à l'équation :

$$\left[\nabla_2^2 + (E + k - eA_0^{\text{ext}})^2 - m^2 + ie\vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla}_2 A_0^{\text{ext}} \right] \mathcal{G}(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1) = -\delta(\vec{x}_2 - \vec{x}_1) \quad (1.12)$$

que nous résoudrons au chapitre suivant.

Auparavant, réécrivons l'amplitude de transition à l'aide de la fonction $\mathcal{G}(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1)$; en choisissant la jauge $\epsilon_0 = 0$:

$$M = \frac{-eg}{(2k)^{1/2}} \int d^3x_2 d^3x_1 \bar{e}(\vec{x}_2) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_2} \epsilon^{\mu*} \cdot \vec{\gamma} [i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}_2 + \gamma_0(E + k - eA_0^{\text{ext}}) + m] \times \mathcal{G}(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1) O_{\beta\nu}(\vec{x}_1) N_{fi}(\vec{x}_1).$$

Si nous utilisons la relation :

$$\epsilon^{\mu*} \cdot \vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}_2 = -\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}_2 \epsilon^{\mu*} \cdot \vec{\gamma} + 2\epsilon^{\mu*} \cdot \vec{\nabla}_2$$

et si nous intégrons par parties le terme en $\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}_2 \epsilon^{\mu*} \cdot \vec{\gamma}$ dans M , nous obtenons :

$$M = \frac{-eg}{(2k)^{1/2}} \int d^3x_2 d^3x_1 \bar{e}(x_2) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_2} \{ [i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}_2 - \gamma_0(E + k - eA_0^{\text{ext}}) + m] \vec{\epsilon}^* \cdot \vec{\gamma} + 2i\vec{\epsilon}^* \cdot \vec{\nabla}_2 \} \times \\ \times \mathcal{G}(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1) O_{\beta\nu}(\vec{x}_1) N_{fi}(\vec{x}_1)$$

et puisque $\bar{e}(\vec{x}_2) [i\vec{\gamma} \cdot \vec{\nabla}_2 - \gamma_0(E - eA_0^{\text{ext}}) + m] = 0$:

$$M = \frac{eg}{(2k)^{1/2}} \int d^3x_2 d^3x_1 \bar{e}(\vec{x}_2) e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}_2} (k^\mu \gamma_\mu \vec{\epsilon}^* \cdot \vec{\gamma} - 2i\vec{\epsilon}^* \cdot \vec{\nabla}_2) \times \\ \times \mathcal{G}(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1) O_{\beta\nu}(\vec{x}_1) N_{fi}(\vec{x}_1) \quad \left\{ \begin{array}{l} (1.13) \end{array} \right.$$

CHAPITRE II

Expression de la fonction de Green et de la fonction d'onde coulombiennes.

Dans ce chapitre, nous chercherons à résoudre l'équation (1.12) en nous inspirant d'une méthode due récemment à Glauber et Martin (1958). Ces auteurs se sont plus simplement occupés du problème de la capture K radiative : de ce fait, la partie radiale de l'équation (1.12) qui intervient dans notre problème ainsi que les conditions aux limites à imposer aux solutions sont différentes de celles de Glauber et Martin.

En ce qui concerne la fonction d'onde de l'électron final, nous utiliserons la forme des fonctions d'onde coulombiennes due à A. Deloff (1959).

Expression de la fonction $\mathcal{G}(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1)$. — En posant $\mathcal{K} = \beta(\vec{\sigma} \cdot \vec{L} + 1)$, nous avons :

$$\nabla^2 = \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \mathcal{K}(\mathcal{K} - \beta)$$

et (1.12) peut alors se mettre sous la forme :

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \left[\mathcal{K}(\mathcal{K} - \beta) - (Ze^2)^2 - iZe^2 \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{x}}{r} \right] \frac{1}{r^2} \right. \\ \left. - 2E' \frac{Ze^2}{r} + m^2 - E'^2 \right\} r \mathcal{G}(E'; \vec{x}, \vec{x}') = r \delta(\vec{x} - \vec{x}') \quad \left\{ \begin{array}{l} (2.1) \end{array} \right.$$

où $E' = E + k$.

Glauber et Martin ont fait remarquer que sous cette forme (2.1) est une équation du type de Schrödinger dans laquelle le coefficient de $1/r^2$

a pris la place de $L(L+1)$. En introduisant l'opérateur $\mathcal{L}$ défini par :

$$\mathcal{L} = -\mathcal{K}\beta - iZe^2\vec{\alpha}\cdot\widehat{x} \quad \left(\widehat{x} = \frac{\vec{x}}{r}\right) \quad (2.2)$$

(2.2) s'écrit :

$$\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\mathcal{L}(\mathcal{L}+1)}{r^2} - 2E'\frac{Ze^2}{r} + m^2 - E'^2 \right\} r\mathcal{G}(E'; \vec{x}, \vec{x}') r' = rr'\delta(\vec{x} - \vec{x}'). \quad (2.3)$$

On voit maintenant que le terme $\mathcal{L}(\mathcal{L}+1)/r^2$ renferme toute la dépendance opératorielle et angulaire de l'équation d'homogène associée à (2.3) et puisque $\mathcal{L}$ est intégrale première de cette équation, nous verrons qu'on peut construire $\mathcal{G}(E'; \vec{x}, \vec{x}')$ comme une combinaison bilinéaire des spineurs propres $\chi^{\Lambda}(\widehat{x})$ de $\mathcal{L}$ dont les coefficients sont des fonctions scalaires des coordonnées radiales.

Les spineurs propres $\chi^{\Lambda}(\widehat{x})$ de $\mathcal{L}$ ont été étudiés en détail par Glauber et Martin, nous nous contenterons de rappeler seulement leurs principales propriétés :

a) les valeurs propres Λ de $\mathcal{L}$ sont telles que :

$$\Lambda(|\kappa|) = \pm \lambda(|\kappa|) = \pm [\kappa^2 - (Ze^2)^2]^{1/2} \quad (\kappa : \text{valeur propre de } \mathcal{K});$$

b) les spineurs $\chi^{\Lambda}(\widehat{x})$ peuvent être construits à partir des spineurs $\chi_{\pm}^{\kappa, \mu}(\widehat{x})$ fonctions propres des opérateurs :

$$\beta, \mathcal{K}, J_z : \quad \beta\chi_{\pm}^{\kappa, \mu} = \pm \chi_{\pm}^{\kappa, \mu}; \quad \mathcal{K}\chi_{\pm}^{\kappa, \mu} = \kappa\chi_{\pm}^{\kappa, \mu}; \quad J_z\chi_{\pm}^{\kappa, \mu} = \mu\chi_{\pm}^{\kappa, \mu},$$

leurs expressions explicites ont été données par Glauber et Martin ;

c) les spineurs $\chi^{\Lambda(\kappa), \mu}(\widehat{x})$ obéissent à la relation d'orthonormalité suivante :

$$\int d\widehat{x} \chi^{\Lambda(\kappa), \mu}(\widehat{x}) \chi^{\Lambda'(\kappa'), \mu'}(\widehat{x}) = -\varepsilon(\Lambda) \varepsilon(\kappa) \delta_{\Lambda\Lambda'} \delta_{\kappa\kappa'} \delta_{\mu\mu'} \quad \left(\varepsilon(\kappa) = \frac{\kappa}{|\kappa|}\right). \quad (2.4)$$

Nous pouvons écrire :

$$\mathcal{G}_{\alpha\beta}(E'; \vec{x}, \vec{x}') = \sum_{\Lambda, \mu} g_{\alpha\beta}^{\Lambda}(E'; r, r') \chi_{\alpha}^{\Lambda, \mu}(\widehat{x}) \bar{\chi}_{\beta}^{\Lambda, \mu}(\widehat{x}') \quad (2.5)$$

avec la relation réciproque :

$$g_{\alpha\beta}^{\Lambda}(E'; r, r') = \int d\widehat{x} d\widehat{x}' \bar{\chi}_{\alpha}^{\Lambda}(\widehat{x}) \mathcal{G}_{\alpha\beta}(E'; \widehat{x}, \widehat{x}') \chi_{\beta}^{\Lambda}(\widehat{x}'). \quad (2.6)$$

Faisant le produit scalaire de (2.3) avec $\bar{\chi}^{\Lambda}(\widehat{x})$ à gauche et $\chi^{\Lambda}(\widehat{x}')$ à droite, nous obtiendrons :

$$\varepsilon'(\Lambda)\varepsilon(\kappa)\left\{-\frac{\partial^2}{\partial r^2}-2E'\frac{Ze^2}{r}+m^2-E'^2+\frac{\Lambda(\Lambda+1)}{r^2}\right\}rg^{\Lambda}(E';r,r')r'\left\{ \right. \\ \left. =-\delta(r-r')\right\} \quad (2.7)$$

Dans le cas de la capture K radiative : $E' = E_i - k$ (E_i : énergie de l'électron K initial), c'est-à-dire $E' < m$ alors qu'ici nous avons toujours $E' = E + k > m$ ce qui modifie la forme des solutions.

Si nous posons $\mu^2 = E'^2 - m^2$, $\eta = Ze^2 E' / \mu$ et faisons les changements de variables et de fonction :

$$x = 2i\mu r, \quad x' = 2i\mu r' \\ y^{\pm\lambda}(x, x') = y^{\Lambda}(x, x') = 2\varepsilon'(\Lambda)\varepsilon(\kappa)\mu r g^{\Lambda}(E'; r, r')r'$$

(2.7) devient :

$$Ly^{\pm\lambda} = \left\{ \frac{d^2}{dx^2} - \frac{i\eta}{x} - \frac{1}{4} - \frac{\lambda(\lambda \pm 1)}{x^2} \right\} y^{\pm\lambda}(x, x') = -\delta(x - x'). \quad (2.8)$$

Cette équation définit $y^{\pm\lambda}(x, x')$ comme fonction de Green pour l'opérateur différentiel L avec les conditions aux limites suivantes :

1° $y^{\pm\lambda}$ régulier à l'origine.

2° $y^{\pm\lambda} \underset{r \rightarrow \infty}{\sim} e^{i\mu r}$ (g^{λ} devant se comporter asymptotiquement comme une onde sphérique sortante).

$y^{\pm\lambda}$ peut se construire de façon simple, s'il existe pour l'équation homogène $Lu^{\pm\lambda} = 0$ deux solutions linéairement indépendantes satisfaisant, l'une à la condition aux limites 1°, l'autre à la condition 2° ; en désignant par $u^{\pm\lambda}$ et $v^{\pm\lambda}$ deux telles solutions, on a :

$$y^{\pm\lambda}(x, x') = v^{\pm\lambda}(x_{>})u^{\pm\lambda}(x_{<})/W \{ v^{\pm\lambda}, u^{\pm\lambda} \} \\ (W \{ v, u \} : \text{Wronskien des solutions } v, u)$$

(cf. Courant et Hilbert. *Methods of Mathematical Physics*, t. 1, p. 354).

Or, l'équation de Whittaker :

$$Lu^{\pm\lambda}(x) = \left\{ \frac{d^2}{dx^2} - \frac{i\eta}{x} - \frac{1}{4} - \frac{\lambda(\lambda \pm 1)}{x^2} \right\} u^{\pm\lambda}(x) = 0$$

admet deux solutions linéairement indépendantes : $M_{i\eta, \lambda \pm \frac{1}{2}}(-x)$ régulière à l'origine et $W_{i\eta, \lambda \pm \frac{1}{2}}(-x)$ se comportant comme $e^{\frac{x}{2}} = e^{i\mu r}$ à l'infini (Pour l'équation de Whittaker et l'expression des fonctions $M_{a,b}(z)$ et $W_{a,b}(z)$ (cf. Whittaker et Watson : *A course of modern analysis*, chap. XVI). Le wronskien de $W_{a,b}(x)$ et $M_{a,b}(x)$ étant $\Gamma(1+2b)/\Gamma(1/2-a+b)$ (cf. Buchholz. *Die konfluente hypergeometrische funktion*, p. 25), on obtient donc :

$$y^{\pm\lambda}(x, x') = \frac{\Gamma(1/2 - i\eta + \lambda \pm 1/2)}{\Gamma(1 + 2\lambda \pm 1)} M_{i\eta, \lambda \pm \frac{1}{2}}(-x_{<}) W_{i\eta, \lambda \pm \frac{1}{2}}(-x_{>})$$

ou encore :

$$\mathfrak{G}(E'; \vec{x}_1, \vec{x}_2) = \sum_{\Lambda, \mu} \varepsilon(\Lambda) \varepsilon(\kappa) \frac{\Gamma(1/2 - i\eta + \lambda \pm 1/2)}{\Gamma(1 + 2\lambda \pm 1)} \frac{M_{i\eta, \lambda \pm 1/2}(-2i\mu r_1)}{2\mu r_1} \times \\ \times \frac{W_{i\eta, \lambda \pm 1/2}(-2i\mu r_2)}{r_2} \chi^{\pm \lambda, \mu}(\vec{x}_1) \bar{\chi}^{\pm \lambda, \mu}(\vec{x}_2) \quad (2.9)$$

Cas des transitions β permises. — Dans le cas des transitions permises $\kappa = \pm 1$, c'est-à-dire $\Lambda = \pm [1 - (Ze^2)^2]^{1/2}$; d'autre part, r_1 étant limité au volume nucléaire, on a $2\mu r_1 \ll 1$ et :

$$M_{i\eta, \lambda \pm 1/2}(-2i\mu r_1) \sim (-2i\mu r_1)^{1/2 + \lambda \pm 1/2} \quad \lambda = \sqrt{1 - (Ze^2)^2}.$$

Par conséquent, seul le terme correspondant à $M_{i\eta, \lambda - 1/2}$ apporte une contribution importante dans (2.9) et $\mathfrak{G}(E'; \vec{x}_1, \vec{x}_2)$ se réduit à :

$$\mathfrak{G}(E'; \vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{i\Gamma(\lambda - i\eta)}{\Gamma(2\lambda)} (-2i\mu r_1)^{\lambda - 1} \frac{W_{i\eta, \lambda - 1/2}(-2i\mu r_2)}{r_2} \\ \sum_{\kappa, \mu} \varepsilon(\kappa) \chi^{-\lambda(\kappa), \mu}(\vec{x}_1) \bar{\chi}^{-\lambda(\kappa), \mu}(\vec{x}_2).$$

En effectuant la sommation sur $\kappa = \pm 1$ nous obtenons finalement dans le cas des transitions β permises :

$$\mathfrak{G}(E + k; \vec{x}_1, \vec{x}_2) = \frac{i}{4\pi} \frac{\Gamma(\lambda - i\eta)}{\Gamma(2\lambda)} \frac{\lambda + 1}{2\lambda} (-2i\mu r_1)^{\lambda - 1} \\ \left(1 + i \frac{Ze^2}{\lambda + 1} \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{x}_1}{r_1} \right) \left(1 + i \frac{Ze^2}{\lambda + 1} \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{x}_2}{r_2} \right) \frac{W_{i\eta, \lambda - 1/2}(-2i\mu r_2)}{r_2} \quad (2.10)$$

avec $\lambda = \sqrt{1 - (Ze^2)^2}$ désormais.

Fonction d'onde de l'électron final. — Deloff (1959) a montré, en suivant une méthode analogue à celle de Glauber et Martin, que la fonction d'onde coulombienne de l'électron se comportant asymptotiquement comme une onde plane distordue plus une onde sphérique convergente ou divergente peut être mise sous la forme d'une combinaison d'opérateurs de Dirac agissant sur un spineur de particule libre, les coefficients de cette combinaison s'exprimant en termes des fonctions d'onde radiales usuelles : $f_\kappa(r)$, $g_\kappa(r)$ et des dérivées de polynômes de Legendre.

Ainsi, la fonction de Green décrivant l'électron intermédiaire et la fonction d'onde de l'électron final peuvent être écrites en termes d'opérateurs de Dirac et de spineur de particule libre ; cela nous permettra de ramener le calcul de la probabilité de transition, par application de la méthode de sommation de Casimir, à celui des traces de produits de matrices de Dirac.

CHAPITRE III

**Amplitude de probabilité du processus
de Bremsstrahlung interne associé
aux transitions β permises ($\Delta J = 0, 1$ non).**

Expressions explicites de l'amplitude de probabilité. — Pour des transitions β permises, l'amplitude de probabilité du processus de Bremsstrahlung interne associé s'écrit, en portant l'expression (2.13) de la fonction $\mathcal{G}(E + k; \vec{x}_2, \vec{x}_1)$ dans (1.14) :

$$M = \frac{ieg}{(2k)^{1/2}} \frac{\Gamma(\lambda - i\eta)}{4\pi\Gamma(2\lambda)} \frac{\lambda + 1}{2\lambda} (-2i\mu r_N)^{\lambda-1} \left\{ \left(\int N_{fi} d^3x_1 \right) \cdot J(\vec{k}, \vec{p}, \vec{q}; \vec{\varepsilon}, \sigma_e, \sigma_\nu) + i \frac{Ze^2}{\lambda + 1} \left(\int N_{fi} \hat{x}_1 d^3x_1 \right) \vec{L}(\vec{k}, \vec{p}, \vec{q}; \vec{\varepsilon}, \sigma_e, \sigma_\nu) \right\} \quad (3.1)$$

où J et $\vec{L}$ sont les éléments de matrice relatifs aux leptons et photon.

Mais dans le cas des transitions permises qui nous occupe la contribution du deuxième terme de (3.1) est négligeable devant celle du premier terme :

En effet, avec une interaction β du type (V, A) les éléments de matrice nucléaires $\int N_{fi} d^3x_1 = \int \bar{\psi}_f O_\beta \psi_i d^3x_1$ et $\int N_{fi} \hat{x}_1 d^3x_1 = \int \bar{\psi}_f O_\beta \hat{x}_1 \psi_i d^3x_1$, les plus grands satisfaisant aux règles de sélection ($\Delta J = 0, 1$; non) sont donnés par le tableau suivant :

	V	A
$\int N_{fi} d^3x_1$	$\int 1$	$\int \vec{\sigma}$
$\int N_{fi} \hat{x}_1 d^3x_1$	$\int \vec{\alpha} \cdot \hat{x}_1, \int \vec{\alpha} \wedge \hat{x}_1$	$\int \gamma_5 \hat{x}_1$

Or, les termes $\int \vec{\alpha} \cdot \hat{x}_1, \int \vec{\alpha} \wedge \hat{x}_1$ et $\int \gamma_5 \hat{x}_1$ sont de l'ordre v/c (v : vitesses des nucléons dans le noyau) fois les termes $\int 1$ et $\int \vec{\sigma}$ et, par conséquent, négligeables dans l'approximation non relativiste des nucléons du noyau. Il reste donc :

$$M = \frac{ieg}{(2k)^{1/2}} \frac{\Gamma(\lambda - i\eta)}{4\pi\Gamma(2\lambda)} \frac{\lambda + 1}{2\lambda} (-2i\mu r_N)^{\lambda-1} \left\{ \int N_{fi}^2 d^3x_1 \cdot J(\vec{k}, \vec{p}, \vec{q}; \vec{\varepsilon}, \sigma_e, \sigma_\nu) \right\} \quad (3.2)$$

ou encore, avec $O_\beta = \frac{1+\rho_1}{2} \gamma_\mu$:

$$M = \frac{ieg}{(2k)^{1/2}} \frac{\Gamma(\lambda - i\eta)}{4\pi\Gamma(2\lambda)} \frac{\lambda + 1}{2\lambda} (-2i\mu r_N)^{\lambda-1} \left\{ \int 1 \cdot J^1(\vec{k}, \vec{p}, \vec{q}; \vec{\varepsilon}, \sigma_e, \sigma_\nu) + \int \vec{\sigma} \cdot \vec{J}^\sigma(\vec{k}, \vec{p}, \vec{q}; \vec{\varepsilon}, \sigma_e, \sigma_\nu) \right\} \quad (3.3)$$

avec (1) :

$$\begin{aligned} & \left(\begin{array}{c} J^1(\vec{k}, \vec{p}, \vec{q}; \vec{\varepsilon}, \sigma_e \sigma_\nu) \\ \vec{J}^\sigma(\vec{k}, \vec{p}, \vec{q}; \vec{\varepsilon}, \sigma_e \sigma_\nu) \end{array} \right) \\ & \equiv \int d^3x_2 \bar{e}(\vec{x}_2) e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}_2} (k^\mu \gamma_\mu \vec{\varepsilon}^* \cdot \vec{\gamma} - 2i\vec{\varepsilon}^* \vec{\nabla}_2) \frac{W}{r_2} \left(1 + \frac{iZe^2}{\lambda+1} \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{x}_2}{\alpha x_2} \right) \frac{1+\rho_1}{2} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma} \right) \nu(0). \end{aligned}$$

Formes explicites des éléments de matrice J^1 et $\vec{J}^\sigma$. — Introduisons les vecteurs $\vec{\varepsilon}_\pm$ (2) décrivant les polarisations circulaires de photon $\vec{\varepsilon}_\pm = (\vec{\varepsilon}_1 \pm i\vec{\varepsilon}_2)/\sqrt{2}$ qui vérifient les relations suivantes :

$$\vec{\varepsilon}_\pm \cdot \vec{k} = 0 \quad (3.4)$$

$$\vec{\varepsilon}_\pm^* \cdot \vec{\varepsilon}_\pm = 1 \quad (3.5)$$

$$\vec{\varepsilon}_- \wedge \vec{\varepsilon}_+ = i\hat{k} \quad (3.6)$$

$$\vec{\varepsilon}_\pm \wedge \hat{k} = \pm i\vec{\varepsilon}_\pm. \quad (3.7)$$

En utilisant l'identité $\vec{\gamma} \cdot \vec{a} \vec{\gamma} \cdot \vec{b} = -i(\vec{a} \wedge \vec{b}) \cdot \vec{\sigma} - \vec{a} \cdot \vec{b}$ et grâce à (3.4) et (3.7) on a :

$$k^\mu \gamma_\mu \vec{\varepsilon}_\pm^* \vec{\gamma} = k^\alpha \vec{\varepsilon}_\mp - \vec{k} \cdot \vec{\gamma} \vec{\varepsilon}_\mp \cdot \vec{\gamma} = k^\alpha \cdot \vec{\varepsilon}_\mp (1 \mp \rho_1). \quad (3.8)$$

Avec cette relation (3.8), J^1 et $\vec{J}^\sigma$ s'écrivent maintenant :

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} J_\pm^1 \\ \vec{J}_\pm^\sigma \end{array} \right) &= 2 \int d^3x e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} \left(k^\alpha \cdot \vec{\varepsilon}_\pm \frac{1 \pm \rho_1}{2} - i\vec{\varepsilon}_\pm \vec{\nabla} \right) \times \\ &\quad \times \frac{W}{r} \left(1 + \frac{iZe^2}{\lambda+1} \frac{\vec{\alpha} \cdot \hat{x}}{\alpha x} \right) \frac{1+\rho_1}{2} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma} \right) \nu(0) \end{aligned} \quad (3.9)$$

(1) Pour simplifier l'écriture nous désignerons désormais $W_{i\eta, \lambda-1/2}$ par W .

(2) Nous ferons la convention que $\vec{\varepsilon}_+$ décrit la polarisation droite du photon.

Puisque $\frac{1+\rho_1}{2}$ est un opérateur de projection et $\left(\frac{1-\rho_1}{2}\right)\left(\frac{1+\rho_1}{2}\right) = 0$, on peut prévoir, d'après (3.9), une polarisation circulaire du photon due à la non-conservation de la parité dans les transitions β .

En remplaçant $e(\vec{x})$ par le développement donné par Deloff, $e^{-ik\cdot\vec{x}}$ par la série des ondes partielles et en effectuant explicitement les opérations induites par $\vec{\nabla}$, nous pouvons, après regroupement des termes, mettre (3.9) sous une forme relativement commode pour la suite des calculs :

$$\left(\begin{matrix} J_-^1 \\ \vec{\sigma} \end{matrix}\right) = \bar{u}(\vec{p}, \sigma_e) \left\{ [\beta(\vec{\alpha}\cdot\vec{a}^- + b^-) + \vec{\alpha}\cdot\vec{a}^+ + b^+] \vec{\alpha}\cdot\vec{\varepsilon}_- \right. \\ \left. + \beta(\vec{\alpha}\cdot\vec{f}_- + e_-) + \vec{\alpha}\cdot\vec{f}_+ + e_+ \right\} \frac{1+\rho_1}{2} \left(\begin{matrix} \gamma_0 \\ \vec{\gamma} \end{matrix}\right) v(\vec{q}, \sigma_v) \quad (3.10)$$

$\left(\begin{matrix} J_+^1 \\ \vec{\sigma} \end{matrix}\right)$ s'obtient à partir de $\left(\begin{matrix} J_-^1 \\ \vec{\sigma} \end{matrix}\right)$ en remplaçant $\vec{a}^\pm, b^\pm, \vec{f}_\pm, e^\pm$ par $\vec{a}'^\pm, b'^\pm, \vec{f}'_\pm, e'^\pm$. Toutes ces quantités $\vec{a}^\pm, \dots, e'^\pm$ sont, par définition :

$$\vec{a}^\pm = N \sum_{L, \kappa} e^{i\varphi} \left[\pm \frac{S}{\sqrt{E-1}} \vec{A}(\kappa) + \frac{T}{\sqrt{E+1}} \vec{A}(-\kappa) \right]. \quad (3.11)$$

$$b^\pm = -N \sum_{L, \kappa} e^{i\varphi} \left[\pm \frac{T}{\sqrt{E-1}} B(\kappa) + \frac{S}{\sqrt{E+1}} B(-\kappa) \right]. \quad (3.12)$$

$$\vec{f}_\pm^\pm = N \sum_{L, \kappa} e^{i\varphi} \left[\pm \frac{U}{\sqrt{E-1}} \vec{C}_-(\kappa) + \frac{V}{\sqrt{E+1}} \vec{C}_-(-\kappa) \right]. \quad (3.13)$$

$$e^\pm = -N \sum_{L, \kappa} e^{i\varphi} \left[\pm \frac{V}{\sqrt{E-1}} D_-(\kappa) + \frac{U}{\sqrt{E+1}} D_-(-\kappa) \right]. \quad (3.14)$$

avec :

$$N = 4\pi E (2p)^{i\xi-3/2}$$

$$\varphi(L, \kappa) = \Delta(\kappa) - \frac{\pi}{2} [l(\kappa) + L].$$

Les intégrales angulaires $\vec{A}(L, \kappa; \hat{k}, \hat{p})$, $B(L, \kappa; \hat{k}, \hat{p})$, $\vec{C}_-(L, \kappa; \hat{k}, \hat{p})$ et $D_-(L, \kappa; \hat{k}, \hat{p})$ sont définies par :

$$\left(\begin{matrix} \vec{A} \\ B \\ \vec{C}_- \\ D_- \end{matrix}\right) \equiv \sqrt{2L+1} \int d\hat{r} Y_L^0(\hat{k}, \hat{x}) P'_{l(\kappa)}(\hat{p}, \hat{r}) \left(\begin{matrix} \hat{x} \\ 1 \\ \hat{\varepsilon}_-, \hat{x}, \hat{x} \\ \hat{\varepsilon}_-, \hat{r} \end{matrix}\right) \quad (3.15)$$

et les intégrales radiales $S(L, \kappa; k, p)$, $T(L, \kappa; k, p)$, $U(L, \kappa; k, p)$, $V(L, \kappa; k, p)$ définies par :

$$\begin{pmatrix} S \\ T \\ U \\ V \end{pmatrix} \equiv \int dr r^{i\xi} j_L \begin{pmatrix} \zeta g_\kappa W \\ -i\zeta f_\kappa W \\ g_\kappa r^2 \frac{d}{dr} \frac{W}{r} + i\zeta f_\kappa \left(r^2 \frac{d}{dr} \frac{W}{r} - W \right) \\ -i f_\kappa r^2 \frac{d}{dr} \frac{W}{r} - \zeta g_\kappa \left(r^2 \frac{d}{dr} \frac{W}{r} - W \right) \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

avec $\zeta = iZe^2/(\lambda + 1)$.

Le passage de $\vec{a}^\pm, b^\pm, \dots, e^\pm$ à $\vec{a}'^\pm, b'^\pm, \dots, e'^\pm$ se fait par remplacement dans (3.11)-(3.14) de C_-, D_- par $C_+ = C_-^*, D_+ = D_-^*$ et de S, T, U, V par S', T', U', V' ; ces dernières quantités étant définies par :

$$\begin{pmatrix} S' \\ T' \\ U' \\ V' \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} S \\ T \\ U \\ V \end{pmatrix} + k \int dr r^{1+i\xi} j_L W \begin{pmatrix} g_\kappa - i\zeta f_\kappa \\ \zeta g_\kappa - i f_\kappa \\ 2\zeta g_\kappa \\ -2i\zeta f_\kappa \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

Ainsi, d'après (3.3), (3.10) et les définitions (3.11)-(3.17), l'amplitude de transition sera complètement déterminée lorsque nous aurons calculé les intégrales angulaires A, B , etc., et les intégrales radiales S, T , etc.

Nous consacrerons donc les deux prochains chapitres à leur discussion et leur évaluation.

CHAPITRE IV

Évaluation des intégrales angulaires.

Pour calculer les intégrales angulaires définies par (3.15), il est commode de choisir le système de référence $(\vec{\varepsilon}_+, \vec{\varepsilon}_-, \hat{k})$; dans ce système nous avons :

$$\begin{aligned} \vec{A} &= A_0 \hat{k} + D_+ \vec{\varepsilon}_- + D_- \vec{\varepsilon}_+ \\ \vec{C}_- &= C_{-0} \hat{k} + C_{-+} \vec{\varepsilon}_- + C_{--} \vec{\varepsilon}_+ \end{aligned}$$

avec :

$$A_0 = \vec{A} \cdot \hat{k}, \quad C_{-0} = \vec{C}_- \cdot \hat{k}, \quad C_{-+} = \vec{C}_- \cdot \vec{\varepsilon}_+, \quad C_{--} = \vec{C}_- \cdot \vec{\varepsilon}_-, \quad D_- = \vec{A} \cdot \vec{\varepsilon}_-.$$

Maintenant, nous sommes conduits au calcul des quantités scalaires :

$$B, A_0, D_-, C_{-0}, C_{-+}, C_{--}.$$

D'autre part, il intervient dans les intégrales considérées la dérivée d'un polygone de Legendre $\frac{dP_l(x)}{dx}$; nous allons tout d'abord montrer une relation exprimant cette dérivée en termes d'harmoniques sphériques dont les propriétés nous serviront dans l'intégration.

Les relations suivantes sont bien connues en théorie des polynômes de Legendre :

$$\left\{ \begin{array}{l} lP_l(x) = [2(l-1) + 1]P_{l-1}(x) - (l-1)P_{l-2}(x). \end{array} \right. \quad (4.1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} xP'_{l-1}(x) = (l-1)P_{l-1}(x) + P'_{l-2}(x). \end{array} \right. \quad (4.2)$$

En différentiant (4.1) et en tenant compte de (4.2), il vient :

$$P'_l(x) = [2(l-1) + 1]P_{l-1}(x) + P'_{l-2}(x)$$

et par récurrence :

$$P'_l(x) = 4\pi \sum_{l_1}^{l-1} \sum_{m_1=-l_1}^{l_1} Y_{l_1}^{m_1*}(\theta, \varphi) Y_{l_1}^{m_1}(\theta', \varphi') \quad (4.3)$$

(avec $x = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\varphi - \varphi')$ et $\mathbf{S}$ désignant une sommation sur des valeurs paires ou impaires).

Calcul de B , A_0 , D_- , etc. — L'évaluation de ces quantités ne nécessite, grâce à (4.3) que l'utilisation :

— des propriétés bien connues, des harmoniques sphériques concernant leur couplage et leur orthonormalité ;

— des formules de sommation des coefficients de Clebsch-Gordan.

Nous ne donnerons dans les formules (4.4)-(4.9) que les résultats finaux, sans expliciter les détails des calculs intermédiaires longs mais sans complication :

$$B = 4\pi \sqrt{2L+1} \sum_{l_1} Y_{l_1}^0(\widehat{\rho}) \delta_{Ll_1}. \quad (4.4)$$

$$A_0 = 4\pi \sqrt{2L+1} \sum_{l_1} \begin{pmatrix} 1 & l_1 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 Y_{l_1}^0(\widehat{\rho}). \quad (4.5)$$

$$D_- = -4\pi(2L+1) \sum_{l_1} \sqrt{2l_1+1} \begin{pmatrix} 1 & l_1 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & l_1 & L \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} Y_{l_1}^{-1}(\widehat{\rho}). \quad (4.6)$$

$$C_{-0} = \frac{-4\pi}{\sqrt{3}} (2L+1) \sum_{l_1} \sqrt{2l_1+1} \begin{pmatrix} 2 & l_1 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & l_1 & L \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} Y_{l_1}^{-1}(\widehat{\rho}). \quad (4.7)$$

$$C_{--} = \sqrt{\frac{2}{3}} 4\pi(2L+1) \sum_{l_1} \sqrt{2l_1+1} \begin{pmatrix} 2 & l_1 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & l_1 & L \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix} Y_{l_1}^{-2}(\hat{p}). \quad (4.8)$$

$$C_{-+} = \frac{4\pi}{3} \sqrt{2L+1} \sum_{l_1} \left[\delta_{Ll_1} - \sqrt{(2L+1)(2l_1+1)} \begin{pmatrix} 2 & l_1 & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \right] Y_{l_1}^0(\hat{p}). \quad (4.9)$$

CHAPITRE V

Réduction des intégrales radiales.

D'après leur définition (3.16)-(3.17), les intégrales radiales S, T, U, V, S', T', U', V', s'expriment en fonction des intégrales du type suivant :

$$\begin{pmatrix} R_{i\eta,n}^g \\ R_{i\eta,n}^f \end{pmatrix} \equiv \int_0^{+\infty} dr r^n + i\xi j_L(kr) W_{i\eta,\lambda-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} g_{\times}(pr) \\ f_{\times}(pr) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

avec $n = 0, 1$:

$$\begin{pmatrix} R_{i\eta,n}^g \\ R_{i\eta,n}^f \end{pmatrix} \equiv \int_0^{+\infty} dr r^2 + i\xi j_L(kr) \frac{d}{dr} \left(\frac{W_{i\eta,\lambda-\frac{1}{2}}(-2i\mu r)}{r} \right) \begin{pmatrix} g_{\times}(pr) \\ f_{\times}(pr) \end{pmatrix}. \quad (5.2)$$

Si nous tenons compte de la relation suivante :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dr} \frac{W_{i\eta,\lambda-\frac{1}{2}}(-2i\mu r)}{r} &= - \left(\frac{1+i\eta}{r^2} + \frac{i\mu}{r} \right) W_{i\eta,\lambda-\frac{1}{2}}(-2i\mu r) \\ &\quad - \frac{1}{r^2} W_{i\eta+1,\lambda-\frac{1}{2}}(-2i\mu r) \end{aligned} \right\} \quad (5.3)$$

(cf. Buchholz. *Die Konfluente Hypergeometrische Funktion*, p. 81, 1953), les intégrales R^g et R^f s'exprimeront en termes de $R_{i\eta,n}^g$; $R_{i\eta,n}^f$; $R_{i\eta+1,n}^g$; $R_{i\eta+1,n}^f$; ces deux dernières se déduisant immédiatement des premières.

Nous allons, dans ce chapitre, chercher à transformer les intégrales $R_{i\eta,n}^g$ et $R_{i\eta,n}^f$ en séries hypergéométriques, plus faciles à évaluer numériquement dans les applications que les formes (5.1) et (5.2).

En outre, les expressions de $R_{i\eta,n}^g$ et $R_{i\eta,n}^f$ que nous obtiendrons ont l'avantage de montrer directement que les développements en ondes partielles (3.11)-(3.14) sont très rapidement convergents, ce qui permet, dans les applications, de garder aux calculs des proportions raisonnables.

Expressions de $R_{i\eta,n}^g$ et $R_{i\eta,n}^f$ en termes de séries hypergéométriques à 3 variables. — Pour réduire les intégrales $R_{i\eta,n}^g$ et $R_{i\eta,n}^f$ à des séries hypergéométriques de Horn (1) qui sont relativement commodes dans les applications, nous allons essentiellement :

a) utiliser la relation (A.8) de l'appendice A pour mettre $R_{i\eta,n}^g$ et $R_{i\eta,n}^f$ sous forme de séries hypergéométriques du type de Lauricella ;

b) effectuer une transformation d'Euler sur les variables de ces séries afin de pouvoir, par application de la relation (A.9) de l'appendice A, passer des séries de Lauricella aux séries de Horn.

En vue de l'emploi de la relation (A.8) nous devons exprimer les fonctions $j_L(kr)$, $W_{i\eta,\lambda-\frac{1}{2}}(-2i\mu r)$, $g_{\kappa}(pr)$, $f_{\kappa}(pr)$ en termes des fonctions de Whittaker de première espèce $M_{a,b}(r)$; ce faisant nous aboutissons, après regroupement des termes, aux formes suivantes :

$$R_{i\eta,n}^g = \frac{Q^g}{L!} \left[\frac{\Gamma(1-2\lambda)}{\Gamma(1-\lambda-i\eta)} (P I_{i\eta,n}^1 + P^* I_{i\eta,n}^3) + \frac{\Gamma(2\lambda-1)}{\Gamma(\lambda-i\eta)} (P I_{i\eta,n}^2 + P^* I_{i\eta,n}^4) \right]. \quad (5.4)$$

$$\equiv \frac{Q^g}{L!} (P X_{i\eta,n} + P^* Y_{i\eta,n}). \quad (5.5)$$

$$R_{i\eta,n}^f \equiv \frac{Q^f}{L!} (P X_{i\eta,n} - P^* Y_{i\eta,n}) \quad (5.6)$$

où nous avons posé :

$$Q^g = \sqrt{\frac{E+1}{2p^2}} e^{\frac{i-\pi}{2}\left(L+\frac{1}{2}+i\xi\right)} \frac{|\Gamma(\gamma+i\xi)|}{2^{2L+2}\Gamma(2\gamma+1)}$$

$$Q^f = i \sqrt{\frac{E-1}{E+1}} Q^g$$

$$P = e^{-i\frac{\pi}{2}\left(\gamma+\frac{1}{2}\right)} \sqrt{\left(-\kappa + \frac{iZe^2}{E}\right)(\gamma+i\xi)}$$

$$\left(\begin{matrix} I_{i\eta,n}^1 \\ I_{i\eta,n}^2 \end{matrix} \right) \equiv \lim_{s \rightarrow 0} \int_0^{+\infty} dr e^{-sr} r^{-(\frac{1}{2}+n-i\xi)} M_{0,L}(2ikr) M_{-\frac{1}{2}-i\xi,\gamma}(2ipr) \times \left(\begin{matrix} M_{i\eta,\lambda-\frac{1}{2}}(-2i\mu r) \\ M_{i\eta,\frac{1}{2}-\lambda}(-2i\mu r) \end{matrix} \right) \quad (5.7)$$

$$\left(\begin{matrix} I_{i\eta,n}^3 \\ I_{i\eta,n}^4 \end{matrix} \right) \equiv \lim_{s \rightarrow 0} \int_0^{+\infty} dr e^{-sr} r^{-(\frac{1}{2}+n-i\xi)} M_{0,L}(2ikr) M_{-(\frac{1}{2}-i\xi),\gamma}(-2ipr) \times \left(\begin{matrix} M_{i\eta,\lambda-\frac{1}{2}}(-2i\mu r) \\ M_{i\eta,\frac{1}{2}-\lambda}(-2i\mu r) \end{matrix} \right) \quad (5.8)$$

$$\times \left(\begin{matrix} M_{i\eta,\lambda-\frac{1}{2}}(-2i\mu r) \\ M_{i\eta,\frac{1}{2}-\lambda}(-2i\mu r) \end{matrix} \right) \quad (5.9)$$

et où $X_{i\eta,n}$ et $Y_{i\eta,n}$ sont définis par comparaison de (5.4) avec (5.5).

(1) Pour la définition des séries de Horn et de Lauricella, cf. appendice A.

Expressions de $I_{i\eta,n}^1$; $I_{i\eta,n}^2$; $X_{i\eta,n}$ et $Y_{i\eta,n}$. — Grâce à (A.8), nous avons :

$$I_{i\eta,n}^1 = (2ik)^{\frac{c_1}{2}} (2ip)^{\frac{c_2}{2}} (-2i\mu)^{\frac{c_3}{2}} [i(k+p+\mu)]^{-a} \Gamma(a) \times \left\{ F_A\left(a; b_1, b_2, b_3; c_1, c_2, c_3; \frac{2k}{k+p-\mu}, \frac{2p}{k+p-\mu}, \frac{-2\mu}{k+p-\mu}\right) \right\} \quad (5.10)$$

et $I_{i\eta,n}^2$ est directement dérivé de $I_{i\eta,n}^1$ par changement de a, b_3, c_3 en :

$$a' = a + 1 - 2\lambda. \quad (5.11)$$

$$b'_3 = b_3 + 1 - 2\lambda. \quad (5.12)$$

$$c'_3 = c_3 + 2(1 - 2\lambda). \quad (5.13)$$

respectivement, les autres variables et paramètres restant les mêmes ; nous noterons :

$$I_{i\eta,n}^2 \equiv I_{i\eta,n}^1(a \rightarrow a', b_3 \rightarrow b'_3, c_3 \rightarrow c'_3). \quad (5.14)$$

Dans (5.10), nous avons posé :

$$a = L + \gamma + \lambda + \frac{3}{2} - n + i\xi.$$

$$b_1 = L + \frac{1}{2}.$$

$$b_2 = \gamma + 1 + i\xi.$$

$$b_3 = \lambda - i\eta.$$

$$c_1 = 2L + 1.$$

$$c_2 = 2\gamma + 1.$$

$$c_3 = 2\lambda.$$

Effectuons maintenant la transformation d'Euler (A.7) sur la variable $\frac{-2\mu}{k+p+\mu}$ de la fonction F_A dans (5.10), il vient :

$$I_{i\eta,n}^2 = C \Gamma(a) \left(\frac{-2\mu}{k+p+\mu} \right)^{\frac{c_3}{2}} \left\{ F_A\left(a; b_1, b_2, c_3-b_3; c_1, c_2, c_3; \frac{2k}{k+p+\mu}, \frac{2p}{k+p+\mu}, \frac{2\mu}{k+p+\mu}\right) \right\} \quad (5.15)$$

avec :

$$C = \left(\frac{2k}{k+p+\mu} \right)^{\frac{c_1}{2}} \left(\frac{2p}{k+p+\mu} \right)^{\frac{c_2}{2}} [i(k+p+\mu)]^{n-\frac{1}{2}-i\xi}.$$

Reportant (5.15) et l'expression correspondante de $I_{i\eta,n}^2$ dans les équations de définition (5.4), (5.5) de $X_{i\eta,n}$ et tenant compte des relations :

$$\Gamma(a) = \frac{\pi}{\sin \pi a \Gamma(1-a)}$$

$$\Gamma(a') = \frac{\pi}{\sin \pi a' \Gamma(1-a')}$$

$$\frac{\Gamma(1-\lambda-i\eta)}{\Gamma(\lambda-i\eta)\Gamma(1-\lambda+i\eta)} = \frac{\sin \pi(\lambda-i\eta)}{\Gamma(\lambda+i\eta) \sin \pi(\lambda+i\eta)}$$

il vient :

$$X_{i\eta,n} = C' \left\{ \begin{aligned} & \frac{\Gamma(1-2\lambda)}{\Gamma(1-\lambda+i\eta)\Gamma(1-a)} \frac{\pi}{\sin \pi a} \left(\frac{-2\mu}{k+p+\mu} \right)^{\frac{c_3}{2}+i\eta} \\ & \times F_A(a; b_1, b_2, c_3-b_3; \dots; \dots) \\ & \frac{\Gamma(2\lambda-1)}{\Gamma(\lambda+i\eta)\Gamma(1-a')} \frac{\pi \sin \pi(\lambda-i\eta)}{\sin \pi a' \sin \pi(\lambda+i\eta)} \left(\frac{-2\mu}{k+p+\mu} \right)^{\frac{c'_3}{2}+i\eta} \\ & \times F_A(a \rightarrow a', b_3 \rightarrow b'_3, c_3 \rightarrow c'_3) \end{aligned} \right\} \quad (5.16)$$

avec :

$$C' = C \left(\frac{-2\mu}{k+p+\mu} \right)^{-i\eta} \frac{\Gamma(1-\lambda+i\eta)}{\Gamma(1-\lambda-i\eta)}.$$

D'autre part, puisque $\lambda = \sqrt{1 - (Ze^2)^2} - \sqrt{1 - (Z/137)^2} \neq 1$, nous avons $\sin \pi a' = \sin \pi(a+1-2\lambda) \simeq -\sin \pi a$ et :

$$\frac{\sin \pi(\lambda-i\eta)}{\sin \pi a' \sin \pi(\lambda+i\eta)} \simeq \frac{1}{\sin \pi a}.$$

Utilisant cette dernière approximation et se rappelant les relations (5.11)-(5.13) entre a, b_3, c_3 , et a', b'_3, c'_3 , nous pouvons aisément appliquer la formule (A.9), ce qui donne le résultat suivant :

$$X_{i\eta,n} = C' \frac{\pi}{(\sin \pi a) \Gamma(1-a+c_3-b_3)} \times H_{3,2} \left(a+b_3-c_3; b_1, b_2, c_3-b_3; c'_3-b'_3; c_1, c_2; \frac{2k}{k+p+\mu}, \frac{2p}{k+p+\mu}, \frac{k+p+\mu}{-2\mu} \right) \quad (5.17)$$

Par un traitement, en tous points analogue au précédent, nous obtenons :

$$Y_{i\eta,n} = (-)^{L+n-\lambda-i\xi} C \left(\frac{-2\mu}{k+p+\mu} \right)^{i\eta} \frac{\pi}{\sin \pi a \Gamma(1-a-b_3)} \times H_{3,2} \left(a-b_3; b_1, b_2^*, b_3; b'_3; c_1, c_2; \frac{2k}{k+p+\mu}, \frac{2p}{k+p+\mu}, \frac{k+p+\mu}{-2\mu} \right) \quad (5.18)$$

Insérant ces expressions (5.17) et (5.18) dans les équations (5.5) et (5.6), nous pouvons mettre alors $R_{i\eta,n}^g$ et $R_{i\eta,n}^f$ sous la forme d'une combinaison de deux séries de Horn.

On peut maintenant remarquer, si l'on écrit explicitement les

équations (5.5) et (5.6), la présence du facteur $\frac{1}{L!} \left[\frac{k}{2(k+p+\mu)} \right]^{L+\frac{1}{2}}$ qui rend les intégrales radiales très rapidement décroissantes lorsque L augmente. Par conséquent, dans le développement en ondes partielles de l'amplitude de transition, seuls les premiers multipôles du photon apporteront une contribution appréciable.

CHAPITRE VI

Probabilités de transition.

La probabilité de transition par unité de temps pour le processus de bremsstrahlung interne associé à l'émission β est :

$$N_{BI} = (2\pi)^{-8} \sum_{\pm} \int d^3k d^3p d^3q \delta(E_0 - E - k - q) \sum_{\sigma_e \sigma_\nu n} |M_{\pm}|^2 \quad (6.1)$$

où $M_{\pm}$ est l'amplitude de transition définie par (3.4), (3.11) et (3.12), la sommation $\sum_{\sigma_e \sigma_\nu n}$ porte sur les états de spins de l'électron et de l'anti-neutrino ainsi que sur les états magnétiques nucléaires initiaux et finaux.

(6.1) peut encore s'écrire sous la forme :

$$N_{BI} = \frac{4\pi}{(2\pi)^8} \sum_{\pm} \int_0^{E_0-1} dk \int_0^{\sqrt{(E_0-k)^2-1}} dp \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \left\{ \int_0^{2\pi} d\varphi (E_0 - E - k)^2 p^2 k^2 \int d\hat{q} \sum_{\sigma_e \sigma_\nu n} |M_{\pm}|^2 \right\} \quad (6.2)$$

où θ et φ sont les angles polaires de $\hat{p}$ dans le système de référence $(\vec{\epsilon}_1, \vec{\epsilon}_2, \hat{k})$.

D'autres quantités observables, intéressantes pour la confrontation de la théorie du rayonnement de freinage interne et des résultats expérimentaux, sont notamment :

1) Les différentes fonctions de corrélation angulaire entre le photon et l'électron, la principale étant :

$$S_{\pm}(k, p\theta) = \frac{4\pi}{(2\pi)^8} \int_0^{2\pi} d\varphi (E_0 - E - k)^2 p^2 k^2 \int d\hat{q} \sum_{\sigma_e \sigma_\nu n} |M_{\pm}|^2. \quad (6.3)$$

Les autres s'obtenant à partir de celle-ci par l'intégration sur p et sur k .

2) Le spectre d'énergie des photons polarisés :

$$S_{\pm}(k) = \frac{4\pi}{(2\pi)^8} \int_0^{\sqrt{(E_0 - k)^2 - 1}} dp \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \int_0^{2\pi} d\varphi (E_0 - E - k)^2 p^2 k^2 \int d\hat{q} \sum_{\sigma_e \sigma_\nu n} |M_{\pm}|^2 \quad (6.4)$$

3) Le degré de polarisation circulaire des photons ⁽¹⁾ :

$$\mathcal{P}(k) = \frac{S_+(k) - S_-(k)}{S_+(k) + S_-(k)}. \quad (6.5)$$

Évidemment, lorsque dans les mesures on ne discerne pas les polarisations des photons, aux quantités définies dans 1) et 2) sont associés :

$$\begin{aligned} S(k, p, \theta) &= S_+(k, p, \theta) + S_-(k, p, \theta) \\ S(k) &= S_+(k) + S_-(k). \end{aligned}$$

Suivant les expressions (6.2)-(6.4) le calcul des probabilités de transition revient donc essentiellement à l'évaluation de la grandeur :

$$\mathcal{M}_{\pm}(\hat{p}; k, p) \equiv \int d\hat{q} \sum_{\sigma_e \sigma_\nu n} |M_{\pm}|^2. \quad (6.8)$$

Calcul de $\mathcal{M}_{\pm}(\hat{p}; k, p)$. — Avec les expressions de $M_{\pm}$ données par (3.3), (3.9) et (3.10) le calcul de $\mathcal{M}_{\pm}$ se fait de façon relativement simple par les méthodes classiques de traces et nous avons :

$$\mathcal{M}_{-} = p^2 \int d\hat{q} \left\{ \left| \int_1 \right|^2 \text{Tr} O_{-} \frac{1 + \rho_1}{2} \Lambda_{\nu}^{-} \frac{1 + \rho_1}{2} O_{-}^{\dagger} \Lambda_e^{+} + \left| \int_{\sigma} \right|^2 \text{Tr} O_{-} \frac{1 + \rho_1}{2} \sigma_i \Lambda_{\nu}^{-} \sigma_i \frac{1 + \rho_1}{2} O_{-}^{\dagger} \Lambda_e^{+} \right\} \quad (6.9)$$

$$\mathcal{M}_{+} = \mathcal{M}_{-}(O_{-} \rightarrow O_{+}) \quad (6.10)$$

(d'après la notation 5.14)

(1) Suivant notre définition, la polarisation circulaire droite correspond à l'hélicité gauche du photon et *vice versa*.

avec $\Lambda_{\nu}^{-} = \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{q} + q}{2q}$: opérateur de projection sur les états à énergie négative du neutrino.

$\Lambda_e^{+} = \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta + E}{2E}$: opérateur de projection sur les états à énergie positive de l'électron.

$$O_{-} = (\vec{\alpha} \cdot \vec{a}^{-} + \beta \vec{\alpha} \cdot \vec{a}^{+}) \vec{\alpha} \cdot \vec{\varepsilon}_{-} + \beta \vec{\alpha} \cdot (b^{+} \vec{\varepsilon}_{-} + \vec{f}_{-}^{+}) + \vec{\alpha} \cdot (b^{-} \vec{\varepsilon}_{-} + \vec{f}_{-}^{-}) + \beta e_{-}^{+} + e_{-}^{-} \quad (6.11)$$

$$O'_{+} = O_{-}(\vec{a}^{\pm} \rightarrow \vec{a}'^{\pm}, \dots, e_{\pm}^{\pm} \rightarrow e'^{\pm}_{+}; \vec{\varepsilon}_{-} \rightarrow \vec{\varepsilon}_{+}) \quad (6.12)$$

$$P^2 = e^2 g^2 |\Gamma(\lambda - i\eta)|^2 (\lambda + 1)^2 (2\mu r_N)^{2\lambda - 2} / [2^7 \pi^2 k \lambda^2 \Gamma^2(2\lambda)] \quad (6.13)$$

Les termes d'interférences de la forme $\int i. \int \sigma_j. \int \sigma_k$ disparaissent à cause de la sommation sur les états magnétiques initiaux et finaux du noyau. D'autre part, l'intégration sur toutes les directions de l'impulsion du neutrino a pour effet de réduire Λ_{ν}^{-} à $1/2$.

Ainsi, il vient après réduction :

$$\mathcal{M}_{-} = 2\pi P^2 \left(\left| \int i \right|^2 + 3 \left| \int \vec{\sigma} \right|^2 \right) \text{Tr} O_{-} \frac{1 + \rho_1}{2} O_{-}^{\dagger} \Lambda_e^{+}. \quad (6.14)$$

Calcul de $\text{Tr} O_{-} \frac{1 + \rho_1}{2} O_{-}^{\dagger} \Lambda_e^{+}$. — Suivant (6.11) et (6.12) les produits contractés dans O_{-} et O'_{+} sont seulement du type spatial ($j, k = 1, 2, 3$) il est donc plus commode de se placer dans la représentation $\rho_i \vec{\sigma}$ où les calculs de traces donnent des expressions plus compactes. En remplaçant dans O_{-} et O'_{+} $\vec{\alpha}$ par $\vec{\sigma} \rho_1$ et tenant compte de l'identité $\rho_1 \frac{1 + \rho_1}{2} \rho_1 = \frac{1 + \rho_1}{2}$, $\mathcal{M}_{-}$ peut encore être défini par (6.14), $\vec{\sigma}$ remplaçant $\vec{\alpha}$ dans les expressions (6.11) de O_{-} .

Développant l'expression $O_{-} \frac{1 + \rho_1}{2} O_{-}^{\dagger} \Lambda_e^{+}$ et avec l'aide des résultats obtenus dans l'appendice B, nous trouvons, calculs effectués :

$$\begin{aligned} \text{Tr} O_{-} \frac{1 + \rho_1}{2} O_{-}^{\dagger} \Lambda_e^{+} = & E_1 + E_2 + F_1 - F_2 + \\ & + \frac{2\text{Re}}{E} \left\{ b^{-} b^{+*} + \vec{a}^{-} \cdot \vec{a}^{+*} + \vec{f}_{-}^{-} \cdot \vec{f}_{-}^{+*} + e_{-}^{-} e_{-}^{+*} + b^{-*} \vec{a}^{+} \cdot \hat{k} \right. \\ & + b^{+*} \vec{a}^{-} \cdot \hat{k} + (e_{-}^{-*} \vec{a}^{+} + e_{-}^{+*} \vec{a}^{-}) \cdot \vec{\varepsilon}_{-} \\ & \left. + (b^{-*} \vec{f}_{-}^{+} + b^{+*} \vec{f}_{-}^{-}) \cdot \vec{\varepsilon}_{-} + \vec{a}^{-} \cdot \vec{\varepsilon}_{-} \vec{a}^{+*} \cdot \vec{\varepsilon}_{-}^{*} - \vec{a}^{-} \cdot \vec{\varepsilon}_{-}^{*} \vec{a}^{+*} \cdot \vec{\varepsilon}_{-} \right\} \end{aligned} \quad (6.16)$$

avec :

$$E_1 = |\vec{a}^- \cdot \vec{\varepsilon}_-|^2 - |\vec{a}^- \cdot \vec{\varepsilon}_-^*|^2 + |\vec{a}^-|^2 + |b^-|^2 + |\vec{f}_-|^2 + |e_-|^2 \\ + 2\text{Re}[(e_-^* \vec{a}^- + b^- \vec{f}_-^*) \cdot \vec{\varepsilon}_- + b^- \vec{a}^- \cdot \vec{k}] + 2\text{Im}(\vec{\varepsilon}_-, \vec{a}^-, \vec{f}_-^*)$$

$$E_2 = E_1(\vec{a}^- \rightarrow \vec{a}^+, \dots, e_- \rightarrow e_-^+) \text{ en suivant la notation (5.4).}$$

$$F_1 = \frac{1}{2} |b^-|^2 \hat{k} \cdot \hat{p} + \frac{2\text{Re}}{E} \left\{ \frac{1}{2} \vec{a}^- \cdot \vec{k} \vec{a}^- \cdot \vec{p} + (b_- + \vec{f}_- \cdot \vec{\varepsilon}_-^*) \right. \\ \left. + (e_- + \vec{a}^- \cdot \vec{\varepsilon}_-) \vec{f}_-^* \cdot \vec{p} + [2i\text{Im}(b^- \vec{a}^-^*) \cdot \vec{\varepsilon}_- \right. \\ \left. + b^- \vec{e}_-^* - \vec{a}^- \cdot \vec{f}_-^*] \vec{\varepsilon}_- \cdot \vec{p} \right\} \\ + \frac{2\text{Im}}{E} \left\{ (e_- + \vec{a}^- \cdot \vec{\varepsilon}_-) (\vec{\varepsilon}_-^*, \vec{a}^-^*, \vec{p}) + \frac{1}{2} (\vec{a}^-, \vec{\varepsilon}_-^*, \vec{a}^-^*) \vec{\varepsilon}_- \cdot \vec{p} \right. \\ \left. - \frac{1}{2} (\vec{f}_-, \vec{f}_-^*, \vec{p}) + b^- (\vec{\varepsilon}_-, \vec{f}_-^*, \vec{p}) \right\}$$

$$F_2 = F_1(\vec{a}^- \rightarrow \vec{a}^+, \dots, e_- \rightarrow e_-^+)$$

et en rappelant que $\vec{a}^\pm, b^\pm, \dots, e^\pm$ sont définis par les équations (3.11) (3.14).

De la même façon, on peut obtenir une expression analogue à (6.16) pour $\text{Tr } O'_+ \frac{1+\rho_1}{2} O_+^\dagger \Lambda_e^+$.

Au stade actuel, avec (6.16) et les résultats concernant les intégrales angulaires et radiales obtenus aux deux précédents chapitres, toutes les probabilités de transition (6.1) (6.7) peuvent être atteintes par des opérations élémentaires.

CHAPITRE VII

Applications des calculs au cas du soufre 35.

Conclusions

Résultats concernant le ^{35}S . — Nous considérons maintenant l'application de nos calculs au rayonnement de freinage interne émis par le ^{35}S . L'énergie disponible dans la transition est ici $E_0 = 1,327$ (unité d'énergie : masse au repos de l'électron), l'énergie maxima du photon est donc : $k_0 = 0,327$.

Suivant notre remarque de la fin du chapitre V, nous ne garderons, dans le développement de l'amplitude de transition en ondes partielles, que les dipôle et quadrupôle du photon ($L = 0, 1$) ce qui entraîne, par conservation des moments cinétiques, que l'électron final doit être dans les états définis par $\kappa = \pm 1, \pm 2$ (pour $L = 0$) et $\kappa = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ (pour $L = 1$); nous ne prendrons pas, non plus, en considération les termes correspondant à $L = 1, \kappa = \pm 3$ car d'après (5.6) leur contribution est faible. La contribution des termes négligés est de l'ordre de 0,5 p. 100.

Avec ces valeurs de L et de κ ($L = 0, 1$; $\kappa = \pm 1, \pm 2$) les seules intégrales angulaires qui interviennent dans les expressions (3.11)-(3.14) de $\vec{a}_{\pm}, b_{\pm}$, etc., sont les suivantes :

$$A_0(0, 2; \hat{p}) = \sqrt{4\pi} \cos \theta. \quad (7.1)$$

$$B_0(0, 1; \hat{p}) = B(0, -2; \hat{p}) = \sqrt{4\pi}. \quad (7.2)$$

$$D_{-}(0, 2; \hat{p}) = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} Y_1^{-1}(\theta, \varphi). \quad (7.3)$$

$$C_{-+}(0, 1; \hat{p}) = C_{-+}(0, -2; \hat{p}) = \frac{\sqrt{4\pi}}{3}. \quad (7.4)$$

$$A_0(1, 1; \hat{p}) = A_0(1, -2; \hat{p}) = \sqrt{4\pi}. \quad (7.5)$$

$$B(1, 2; \hat{p}) = 3\sqrt{4\pi} \cos \theta. \quad (7.6)$$

$$C_{-0}(1, 2; \hat{p}) = \frac{\sqrt{3}}{5} 4\pi Y_1^{-1}(\theta, \varphi). \quad (7.7)$$

$$C_{-+}(1, 2; \hat{p}) = \frac{3}{5} \sqrt{4\pi} \cos \theta. \quad (7.8)$$

L'expression (6.3) s'écrit maintenant, compte tenu de (6.8), (6.14), (6.16), (3.11)-(3.14) et (7.1), (7.8) sous la forme :

$$\left. \begin{aligned} S_{\pm}(k, p, \theta) &\simeq \frac{g^2}{2\pi^3} (|\int \mathbf{1}|^2 + 3|\int \vec{\sigma}|^2) \\ [\mathcal{A}_{\pm}(k, p) \cos^3 \theta + \mathcal{B}_{\pm}(k, p) \cos^2 \theta + C_{\pm}(k, p) \cos \theta + \mathcal{D}_{\pm}(k, p)] \end{aligned} \right\} \quad (7.9)$$

où les fonctions $\mathcal{A}_{\pm}(k, p)$, $\mathcal{B}_{\pm}(k, p)$, $C_{\pm}(k, p)$, $\mathcal{D}_{\pm}(k, p)$ ne dépendent que des intégrales radiales $S(L, \kappa; k, p)$, $T(L, \kappa; k, p)$, etc., ainsi que de $S'(L, \kappa; k, p)$, $T'(L, \kappa; k, p)$, etc. (avec $L = 0, 1$; $|\kappa| = 1, 2$). Ces dernières ont été calculées, pour le cas du ^{35}S , sur ordinateur I. B. M. 704 et les valeurs de $\mathcal{A}_{\pm}(k, p)$, $\mathcal{B}(k, p)$, etc., sont données par les tableaux suivants :

TABLEAU (7. I)

$$\mathcal{A}_+(k, p)$$

$p \backslash k$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0,1	1,02 10^{-6}	0,18 10^{-6}	0,17 10^{-6}	0,45 10^{-7}	0,11 10^{-7}
0,2	1,86 10^{-6}	0,36 10^{-6}	0,26 10^{-6}	0,67 10^{-7}	0,21 10^{-7}
0,4	3,55 10^{-6}	0,65 10^{-6}	0,33 10^{-6}	0,85 10^{-7}	0,24 10^{-7}
0,5	3,68 10^{-6}	0,67 10^{-6}	0,34 10^{-6}	0,83 10^{-7}	0,26 10^{-7}
0,6	3,20 10^{-6}	0,62 10^{-6}	0,32 10^{-6}	0,60 10^{-7}	0,21 10^{-7}
0,8	0,37 10^{-6}	0,22 10^{-6}	0,05 10^{-6}	0,14 10^{-7}	0,03 10^{-7}

TABLEAU (7. II)

$$\mathcal{A}_-(k, p)$$

$p \backslash k$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0,1	0,86 10^{-6}	0,13 10^{-6}	0,75 10^{-7}	0,13 10^{-7}	0,26 10^{-8}
0,2	1,76 10^{-6}	0,25 10^{-6}	1,33 10^{-7}	0,26 10^{-7}	0,44 10^{-8}
0,4	3,30 10^{-6}	0,50 10^{-6}	2,13 10^{-7}	0,41 10^{-7}	0,56 10^{-8}
0,5	3,41 10^{-6}	0,56 10^{-6}	2,20 10^{-7}	0,40 10^{-7}	0,54 10^{-8}
0,6	3,18 10^{-6}	0,46 10^{-6}	2,16 10^{-7}	0,32 10^{-7}	0,47 10^{-8}
0,8	0,32 10^{-6}	0,05 10^{-6}	0,32 10^{-7}	0,11 10^{-7}	0,06 10^{-8}

TABLEAU (7.III)

$$\mathcal{B}_+(k, p)$$

$p \backslash k$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0,1	$-0,31 \cdot 10^{-5}$	$-0,72 \cdot 10^{-6}$	$-0,52 \cdot 10^{-6}$	$-1,83 \cdot 10^{-7}$	$-0,46 \cdot 10^{-7}$
0,2	$-0,57 \cdot 10^{-5}$	$-1,45 \cdot 10^{-6}$	$-0,78 \cdot 10^{-6}$	$-2,75 \cdot 10^{-6}$	$-0,85 \cdot 10^{-7}$
0,4	$-1,06 \cdot 10^{-5}$	$-2,58 \cdot 10^{-6}$	$-1,01 \cdot 10^{-6}$	$-3,07 \cdot 10^{-7}$	$-1,02 \cdot 10^{-7}$
0,5	$-1,12 \cdot 10^{-5}$	$-2,67 \cdot 10^{-6}$	$-1,03 \cdot 10^{-6}$	$-3,12 \cdot 10^{-7}$	$-1,04 \cdot 10^{-7}$
0,6	$-0,96 \cdot 10^{-5}$	$-2,50 \cdot 10^{-6}$	$-0,97 \cdot 10^{-6}$	$-3,09 \cdot 10^{-7}$	$-0,86 \cdot 10^{-7}$
0,8	$-0,13 \cdot 10^{-5}$	$-0,88 \cdot 10^{-6}$	$-0,16 \cdot 10^{-6}$	$-1,21 \cdot 10^{-7}$	$-0,16 \cdot 10^{-7}$

TABLEAU (7.IV)

$$\mathcal{B}_-(k, p)$$

$p \backslash k$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0,1	$-0,27 \cdot 10^{-5}$	$-0,51 \cdot 10^{-6}$	$-2,11 \cdot 10^{-7}$	$-0,61 \cdot 10^{-7}$	$-0,93 \cdot 10^{-8}$
0,2	$-0,54 \cdot 10^{-5}$	$-1,03 \cdot 10^{-6}$	$-3,92 \cdot 10^{-7}$	$-1,22 \cdot 10^{-7}$	$-1,85 \cdot 10^{-8}$
0,4	$-1,00 \cdot 10^{-5}$	$-2,01 \cdot 10^{-6}$	$-6,31 \cdot 10^{-7}$	$-1,83 \cdot 10^{-7}$	$-2,16 \cdot 10^{-8}$
0,5	$-1,04 \cdot 10^{-5}$	$-2,25 \cdot 10^{-6}$	$-6,35 \cdot 10^{-7}$	$-1,52 \cdot 10^{-7}$	$-2,19 \cdot 10^{-8}$
0,6	$-1,02 \cdot 10^{-5}$	$-1,84 \cdot 10^{-6}$	$-6,30 \cdot 10^{-7}$	$-1,21 \cdot 10^{-7}$	$-1,83 \cdot 10^{-8}$
0,8	$-0,10 \cdot 10^{-5}$	$-0,19 \cdot 10^{-8}$	$-0,91 \cdot 10^{-7}$	$-0,63 \cdot 10^{-7}$	$-0,32 \cdot 10^{-8}$

TABLEAU (7.V)

$$C_+(k, p)$$

$p \backslash k$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0,1	2,71 10^{-6}	0,83 10^{-6}	0,45 10^{-6}	2,02 10^{-7}	0,50 10^{-7}
0,2	4,97 10^{-6}	1,61 10^{-6}	0,69 10^{-6}	3,01 10^{-7}	0,94 10^{-7}
0,4	9,46 10^{-6}	2,91 10^{-6}	0,88 10^{-6}	3,84 10^{-7}	1,10 10^{-7}
0,5	9,82 10^{-6}	3,01 10^{-6}	0,90 10^{-6}	3,74 10^{-7}	1,15 10^{-7}
0,6	8,53 10^{-6}	2,80 10^{-6}	0,85 10^{-6}	2,70 10^{-7}	0,95 10^{-7}
0,8	0,97 10^{-6}	0,98 10^{-6}	0,14 10^{-6}	0,62 10^{-7}	0,16 10^{-7}

TABLEAU (7.VI)

$$C_-(k, p)$$

$p \backslash k$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0,1	2,31 10^{-6}	0,57 10^{-6}	0,20 10^{-6}	0,57 10^{-7}	1,19 10^{-8}
0,2	4,71 10^{-6}	1,14 10^{-6}	0,35 10^{-6}	1,19 10^{-7}	1,97 10^{-8}
0,4	8,79 10^{-6}	2,23 10^{-6}	0,57 10^{-6}	1,87 10^{-7}	2,54 10^{-8}
0,5	9,10 10^{-6}	2,54 10^{-6}	0,59 10^{-6}	1,82 10^{-7}	2,44 10^{-8}
0,6	8,48 10^{-6}	2,07 10^{-6}	0,58 10^{-6}	1,45 10^{-7}	2,13 10^{-8}
0,8	0,84 10^{-6}	0,21 10^{-6}	0,08 10^{-6}	0,52 10^{-7}	0,26 10^{-8}

TABLEAU (7.VII)

$$\mathcal{D}_+(k, p)$$

$p \backslash k$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0,1	$0,71 \cdot 10^{-5}$	$1,84 \cdot 10^{-6}$	$1,18 \cdot 10^{-6}$	$0,45 \cdot 10^{-6}$	$1,11 \cdot 10^{-7}$
0,2	$1,31 \cdot 10^{-5}$	$3,58 \cdot 10^{-6}$	$1,82 \cdot 10^{-6}$	$0,67 \cdot 10^{-6}$	$2,09 \cdot 10^{-7}$
0,4	$2,48 \cdot 10^{-5}$	$6,46 \cdot 10^{-6}$	$2,31 \cdot 10^{-6}$	$0,84 \cdot 10^{-6}$	$2,46 \cdot 10^{-7}$
0,5	$2,58 \cdot 10^{-5}$	$6,69 \cdot 10^{-6}$	$2,36 \cdot 10^{-6}$	$0,82 \cdot 10^{-6}$	$2,56 \cdot 10^{-7}$
0,6	$2,24 \cdot 10^{-5}$	$6,23 \cdot 10^{-6}$	$2,23 \cdot 10^{-6}$	$0,62 \cdot 10^{-6}$	$2,12 \cdot 10^{-7}$
0,8	$0,26 \cdot 10^{-5}$	$2,19 \cdot 10^{-6}$	$0,36 \cdot 10^{-6}$	$0,16 \cdot 10^{-6}$	$0,35 \cdot 10^{-7}$

TABLEAU (7.VIII)

$$\mathcal{D}_-(k, p)$$

$p \backslash k$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
0,1	$0,61 \cdot 10^{-5}$	$1,27 \cdot 10^{-6}$	$0,52 \cdot 10^{-6}$	$0,13 \cdot 10^{-6}$	$0,26 \cdot 10^{-7}$
0,2	$1,24 \cdot 10^{-5}$	$2,54 \cdot 10^{-6}$	$0,93 \cdot 10^{-6}$	$0,27 \cdot 10^{-6}$	$0,44 \cdot 10^{-7}$
0,4	$2,31 \cdot 10^{-5}$	$4,96 \cdot 10^{-6}$	$1,49 \cdot 10^{-6}$	$0,42 \cdot 10^{-6}$	$0,56 \cdot 10^{-7}$
0,5	$2,39 \cdot 10^{-5}$	$5,65 \cdot 10^{-6}$	$1,53 \cdot 10^{-6}$	$0,40 \cdot 10^{-6}$	$0,54 \cdot 10^{-7}$
0,6	$2,23 \cdot 10^{-5}$	$4,61 \cdot 10^{-6}$	$1,51 \cdot 10^{-6}$	$0,32 \cdot 10^{-6}$	$0,47 \cdot 10^{-7}$
0,8	$0,22 \cdot 10^{-5}$	$0,46 \cdot 10^{-6}$	$0,22 \cdot 10^{-6}$	$0,12 \cdot 10^{-6}$	$0,06 \cdot 10^{-7}$

De (7.9) on obtient immédiatement le spectre d'énergie des photons polarisés :

$$S_{\pm}(k) \simeq \frac{g^2}{2\pi^3} \left(\left| \int \mathbf{1} \right|^2 + 3 \left| \int \vec{\sigma} \right|^2 \right) \times 2 \int dp \left[\frac{\mathcal{B}_{\pm}(k,p)}{3} + \mathcal{D}_{\pm}(k,p) \right] \quad (7.10)$$

puis $S(k)$ et $\mathcal{I}(k)$.

Les seuls résultats expérimentaux, concernant le rayonnement de freinage interne du ^{35}S , connus actuellement portent sur le nombre de photons émis par désintégration β et par unité d'énergie c'est-à-dire :

$$R(k) = \frac{S(k)}{N_{\beta}} \quad (7.11)$$

avec :

$$N_{\beta} = \frac{2\pi^3}{g^2} \left(\left| \int \mathbf{1} \right|^2 + 3 \left| \int \vec{\sigma} \right|^2 \right) \int_1^{E_0} dE (E_0 - E)^2 E p F(ZE) \quad (7.12)$$

$$= \frac{g^2}{2\pi^3} \left(\left| \int \mathbf{1} \right|^2 + 3 \left| \int \vec{\sigma} \right|^2 \right) f(Z, E_0) \quad (7.13)$$

(où $F(Z, E)$ est la fonction de Fermi décrivant l'influence du champ coulombien dans la désintégration β non radiative).

Les fonctions $f(Z, E_0)$ ont été tabulées par Feenberg et Trigg (1950) et pour le ^{35}S nous avons $f(Z, E_0) = 0,013$. Notons que la quantité :

$$R(k) = \frac{2}{f(Z, E_0)} \int dp \left[\frac{\mathcal{B}_{+}(k,p) + \mathcal{B}_{-}(k,p)}{3} + \mathcal{D}_{+}(k,p) + \mathcal{D}_{-}(k,p) \right] \quad (7.14)$$

est indépendante des éléments de matrice nucléaires et par conséquent indépendante des incertitudes dues aux modèles des noyaux.

Les valeurs de $R(k)$ que nous avons obtenues sont données par le tableau (7.IX). Nous y avons inclus également pour comparaison, les résultats théoriques de Knipp et Uhlenbeck et Bloch (K. U. B.), de Lewis et Ford (L. F.) et de Gold et Spruch (G. S.) ainsi que les résultats expérimentaux de Starfelt et Svantesson (S. S.) et de Mme Langevin-Joliot.

Nous avons également calculé le degré de polarisation $\mathcal{I}(k)$ des photons de freinage interne du ^{35}S et nous donnons au tableau (7.X) nos valeurs, celles obtenues par Pytte (1957) dans le cadre de théorie de Knipp et Uhlenbeck et celles de Gold et Spruch.

TABLEAU (7. IX)

 $R(k)$

$p \backslash k$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
K. U. B.	$326 \cdot 10^{-5}$	$73 \cdot 10^{-5}$	$18,1 \cdot 10^{-5}$	$4,1 \cdot 10^{-5}$	$0,56 \cdot 10^{-5}$
L. F.	$324 \cdot 10^{-5}$	$74 \cdot 10^{-5}$	$20,2 \cdot 10^{-5}$	$5,2 \cdot 10^{-5}$	$0,82 \cdot 10^{-5}$
G. S.	—	—	$21,4 \cdot 10^{-5}$	—	$1,06 \cdot 10^{-5}$
V. M.	$324 \cdot 10^{-5}$	$76 \cdot 10^{-5}$	$24,2 \cdot 10^{-5}$	$6,5 \cdot 10^{-5}$	$1,12 \cdot 10^{-5}$
S. S.	$325 \cdot 10^{-5}$	$92 \cdot 10^{-5}$	$30,5 \cdot 10^{-5}$	$8,1 \cdot 10^{-5}$	$1,20 \cdot 10^{-5}$
M ^{me} Langevin	$516 \cdot 10^{-5}$	$146 \cdot 10^{-5}$	$50 \cdot 10^{-5}$	$12,2 \cdot 10^{-5}$	.

TABLEAU (7. X)

 $\mathcal{P}(k)$

k	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
K. U. B.	0,03	0,15	0,30	0,47	0,65
G. S.	—	—	0,23	—	0,63
V. M.	0,02	0,12	0,26	0,43	0,64

CONCLUSIONS

D'après les résultats du tableau (7. IX), on peut dégager les points suivants :

a) les effets du champ coulombien semblent jouer un rôle important dans les phénomènes de rayonnement de freinage interne associés à la radioactivité β : notamment dans la région de l'énergie maxima du

photon, les corrections dues à ces effets peuvent être du même ordre que les valeurs obtenues par Knipp et Uhlenbeck.

b) Nos résultats apportent à ceux obtenus par Lewis et Ford (par approximation de Born du champ coulombien) des corrections pouvant atteindre 30 p. 100. Par conséquent, il semble que la compensation partielle des effets coulombiens dans le rapport $R(k)$ des intensités des émissions β radiative et non radiative, espérée par les auteurs précités, ne se produit que pour le premier terme de la série de Born en $Z\alpha$; pour les autres termes de la série, l'influence du champ coulombien doit rester notable.

c) L'approximation non relativiste de l'électron β utilisée par Gold et Spruch n'est bonne que pour la valeur $k = 0,25$ de l'énergie du photon, car les effets relativistes sont de l'ordre de 15 p. 100 pour la valeur $k = 0,15$; ils peuvent être encore plus importants pour les valeurs $k < 0,15$; ici, nous manquons de points de comparaison car Gold et Spruch n'ont fait les calculs que pour $k = 0,15$ et $k = 0,25$.

d) Par comparaison avec les déterminations expérimentales, nos résultats diminuent le désaccord théorie-expérience sans toutefois le faire disparaître. Cette amélioration n'est intéressante que dans la mesure où l'on suppose que les résultats de Starfelt et Svantesson sont corrects. Si, au contraire, les résultats corrects sont ceux de Mme Langevin-Joliot, l'amélioration est peu encourageante ; on pourrait alors se poser la question suivante : pourquoi la théorie de Fermi de l'interaction β et l'électro-dynamique quantique qui rendent assez bien compte, chacune, de ses propres phénomènes, sont-elles mises en défaut dans ce cas particulier où les deux genres de phénomènes sont associés ?

Au cas où l'interaction de Fermi deviendrait non locale par l'introduction d'un boson intermédiaire chargé, on pourrait envisager un processus de bremsstrahlung interne de ce boson intermédiaire. Mais, étant donné la masse assez élevée de celui-ci (elle doit être supérieure à la masse du méson K), il semble exclu qu'il puisse modifier le rayonnement de freinage interne associé à l'émission β . De toute manière, les modifications dues à ces effets non locaux ne peuvent se déceler qu'aux très hautes énergies et ne doivent pas affecter les formes de spectre β , les corrélations angulaires etc... prédites par la théorie de Fermi.

Il est à remarquer que des écarts assez importants existent entre les résultats de Starfelt et Svantesson et ceux de Mme Langevin-Joliot ; aussi, pensons-nous que de nouvelles expériences sont nécessaires pour pouvoir conclure.

APPENDICE A

Le but de cet appendice est de :

a) Poser les définitions et notations que nous avons utilisées au chapitre V.

b) Donner ensuite l'expression de la transformée de Laplace d'un

produit de fonctions de Whittaker de première espèce en termes de séries hypergéométriques du type de Lauricella (Lauricella, 1893).

c) Démontrer enfin une relation exprimant la série de Horn $H_{3,2}$ comme une combinaison linéaire de deux séries F_A de Lauricella.

Les séries hypergéométriques à 3 variables $H_{3,2}$ de Horn et F_A de Lauricella.

1° Représentation par séries entières.

$$H(a; b_j; c; d_i; z_j) = \sum_{m_j} \frac{(a)_{m_1+m_2+m_3} (b_1)_{m_1} (b_2)_{m_2} (b_3)_{m_3} (c)_{m_3}}{(d_1)_{m_1} (d_2)_{m_2}} \frac{z_1^{m_1} z_2^{m_2} z_3^{m_3}}{m_1! m_2! m_3!} \quad (A.1)$$

$$F_A(a; b_j; c_j; z_j) = \sum_{m_j} \frac{(a)_{m_1+m_2+m_3} (b_1)_{m_1} (b_2)_{m_2} (b_3)_{m_3}}{(c_1)_{m_1} (c_2)_{m_2} (c_3)_{m_3}} \frac{z_1^{m_1} z_2^{m_2} z_3^{m_3}}{m_1! m_2! m_3!} \quad (A.2)$$

($i = 1, 2; j = 1, 2, 3$)

avec la notation suivante de Pochhammer :

$$(a)_n = \frac{\Gamma(a+n)}{\Gamma(a)} = a(a+1) \dots (a+n-1).$$

2° Représentation intégrale possible (Erdelyi, 1948).

$$H_{3,2}(a; b_j; c; d_i; z_j) = (2i\pi)^{-2} \Gamma(m) \Gamma(1-a) \Gamma(1+b_3-n) \Gamma(1+c-n) / \Gamma(1+b_3+c-n) \left\{ \begin{array}{l} \times \oint (-t)^{-m} (t-1)^{n-1} F_2\left(m; b_i, d_i; \frac{z_i}{t}\right) \\ F(b_3; c; 1+b_3+c-n; 1-(t-1)z_3) dt \end{array} \right. \quad (A.3)$$

avec $m-n=a$:

$$F_A(a; b_j; c_j; z_j) = (2i\pi)^{-2} \Gamma(m) \Gamma(n) \Gamma(2-m-n) \left\{ \begin{array}{l} \times \oint (-t)^{-m} (t-1)^{-n} F_2\left(m; b_i; c_i; \frac{z_i}{t}\right) F(n; b_3; c_3; z_3/(1-t)) dt \end{array} \right. \quad (A.4)$$

avec $m+n=a+1$.

(L'intégration sur t s'effectuant le long d'un lacet entourant les points $(0,1)$).

3° Transformations d'Euler sur les variables de F_A . — Par un changement de variables d'intégration dans la représentation intégrale

du type d'Euler de F_A on peut montrer aisément les transformations suivantes ⁽¹⁾ :

$F_A(a; b_j; c_j; z_j)$

$$= (1 - z_1)^{-a} F_A\left(a; c_1 - b_1, b_2, b_3; c_j; \frac{z_1}{z_1 - 1}, \frac{z_2}{1 - z_1}, \frac{z_3}{1 - z_1}\right) \quad (\text{A.5})$$

$$= (1 - z_2)^{-a} F_A\left(a; b_1, c_2 - b_2, b_3; c_j; \frac{z_1}{1 - z_2}, \frac{z_2}{z_2 - 1}, \frac{z_3}{1 - z_2}\right) \quad (\text{A.6})$$

$$= (1 - z_3)^{-a} F_A\left(a; b_1, b_2, c_3 - b_3; c_j; \frac{z_1}{1 - z_3}, \frac{z_2}{1 - z_3}, \frac{z_3}{z_3 - 1}\right) \quad (\text{A.7})$$

Expression de la transformée de Laplace d'un produit de fonctions de Whittaker $M_{a,b}(\zeta)$ en termes de séries de Lauricella. — Dans l'étude des transformées de Laplace des fonctions $M_{a,b}(\zeta)$ Erdelyi (1939) a montré qu'elles peuvent se mettre sous la forme d'une série hypergéométrique de Lauricella; la relation intéressante pour notre problème est la suivante :

$$\left. \begin{aligned} \int_0^{+\infty} e^{-sr} r^{n-1} \prod_j M_{k_j, m_j - \frac{1}{2}}(l_j r) dr \\ = \prod_j (l_j)^{m_j} \left(s + \frac{L}{2}\right)^{M-n} \Gamma(M+n) \\ \times F_A\left(M+n; m_j - k_j; 2m_j; l_j / \left(s + \frac{L}{2}\right)\right) \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.8})$$

avec :

$$\begin{aligned} L &= \sum l \\ M &= \sum m_j \end{aligned}$$

Relation entre $H_{3,2}$ et F_A . — La relation que nous allons démontrer est une généralisation de celle entre la série de Horn et celle de Lauricella dans le cas de deux variables (cf. Erdelyi, 1948).

Considérons la représentation intégrale (A.3) de $H_{3,2}$ et appliquons la relation de Kummer (cf. par exemple Erdelyi et al, Higher Transcendental Functions, vol. 1, p. 107, 1953) à $F(b_3; c; 1 + b_3 + c - n; 1 - (t-1)z_3)$, il vient :

$$\begin{aligned} H_{3,2}(a; b_j; c; d_j; z_j) &= \frac{\Gamma(1-a)}{(2i\pi)^2} \left\{ \Gamma(c-b_3) \Gamma(m) \Gamma(1+b_3-n) / (\Gamma(c) z_3^{b_3}) \right. \\ &\times \oint (-t)^{-m} (t-1)^{n-b_3-1} F_2(m; b_i; d_i; z_i/t) \\ &\quad \left. F\left(1+b_3-n; b_3; 1+b_3-c; \frac{1}{z_3(t-1)}\right) dt \right. \\ &\quad \left. + \Gamma(b_3-c) \Gamma(m) \Gamma(1+c-n) / (\Gamma(b_3) z_3^c) \right\} \end{aligned}$$

⁽¹⁾ Cf. par exemple : APPELL et KAMPÉ de FÉRIET. *Fonctions hypergéométriques et hypersphériques*, 1926, chapitre II.

$$\times \oint_{\gamma} (t)^{-m} (t-1)^{n-c-1} F_2(m; b_i; d_i; z_i/t) \\ \Gamma\left(1+c-n; c; 1+c-b_3; \frac{1}{z_3(t-1)} dt\right) \Bigg\}$$

ce qui donne, en rapprochant les deux intégrales et la représentation (A.4) de F_A .

$$H_{3,2}(a; b_j; c; d_j; z_j) = \Gamma(1-a) \\ \times \left\{ \frac{\Gamma(c-b_3)}{\Gamma(1-b_3-a)\Gamma(c)} z_3^{-b_3} F_A\left(a+b_3; b_j; d_i, 1+b_3-c; z_i, \frac{-1}{z_3}\right) \right. \\ \left. + \frac{\Gamma(b_3-c)}{\Gamma(1-c-a)\Gamma(b_3)} z_3^{-c} F_A\left(a+c; b_j; d_i, 1+c-b_3; z_i, \frac{-1}{z_3}\right) \right\} \quad (A.9)$$

APPENDICE B

Le calcul des traces de produits de matrices σ_j ($\sigma_j = \rho_1 \alpha_j$) se fait simplement et conduit à des formules ayant une forme relativement compacte car, outre la relation d'anticommutation habituelle :

$$\sigma_j \sigma_k + \sigma_k \sigma_j = 2\delta_{jk}$$

elles satisfont aussi la relation :

$$\sigma_j \sigma_k = i\varepsilon_{jk}^p \sigma_p + \delta_{jk} \quad (B.1)$$

(ε_{jkl} tenseur antisymétrique de Levi-Civita. Nous faisons la convention de sommation par contraction des indices covariant et contravariant).

On en déduit immédiatement :

$$\sigma_j \sigma_k \sigma_l = i\varepsilon_{jkl} + \delta_{jk} \sigma_l + \delta_{kl} \sigma_j - \delta_{jl} \sigma_k \quad (B.2)$$

puis :

$$\sigma_j \sigma_k \sigma_l \sigma_m = i\varepsilon_{jkl} \sigma_m + \delta_{jk} \sigma_l \sigma_m + \delta_{kl} \sigma_j \sigma_m - \delta_{jl} \sigma_k \sigma_m \quad (B.3)$$

toujours grâce à (B.1), on a :

$$\sigma_j \sigma_k \sigma_l \sigma_m \sigma_n = (i\varepsilon_{jk}^p \sigma_p + \delta_{jk})(i\varepsilon_{lm}^q \sigma_q + \delta_{lm})\sigma_n \\ = [-\varepsilon_{jk}^p \varepsilon_{lm}^q \sigma_p \sigma_q + i(\delta_{jk} \varepsilon_{lm}^q \sigma_q + \delta_{lm} \varepsilon_{jk}^p \sigma_p) + \delta_{jk} \delta_{lm}] \sigma_n \\ = [-\varepsilon_{jk}^p \varepsilon_{lm}^q - i\varepsilon_{jk}^p \varepsilon_{lm}^q \sigma_p \sigma_q + i(\delta_{jk} \varepsilon_{lm}^q \sigma_q + \delta_{lm} \varepsilon_{jk}^p \sigma_p) + \delta_{jk} \delta_{lm}] \sigma_n.$$

Sous cette forme la trace de $\sigma_j \sigma_k \sigma_l \sigma_m \sigma_n$ présente des caractères de symétrie très commodes dans nos calculs.

Maintenant, on obtient de façon évidente :

$$\text{Tr } \sigma_j \sigma_k = 4\delta_{jk}$$

$$\text{Tr } \sigma_j \sigma_k \sigma_l = 4i\varepsilon_{jkl}$$

$$\text{Tr } \sigma_j \sigma_k \sigma_l \sigma_m = 4(\delta_{jk} \delta_{lm} + \delta_{kl} \delta_{jm} - \delta_{km} \delta_{jl})$$

$$\text{Tr } \sigma_j \sigma_k \sigma_l \sigma_m \sigma_n = 4i(\delta_{jk} \varepsilon_{lmn} + \delta_{lm} \varepsilon_{jkn} - \varepsilon_{jk}^p \varepsilon_{lm}^q \varepsilon_{pqn}).$$

BIBLIOGRAPHIE

- G. H. ASTON. — *Proc. Cambridge Phil. Soc.*, 1927, **23**, 935.
 F. BLOCH. — *Phys. Rev.*, 1936, **50**, 272.
 P. BOLGIANO, L. MADANSKY et F. RASETTI. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 679.
 S. BRANSON. — *Z. Physik*, 1930, **66**, 721.
 A. DELOFF. — *Nuclear Physics*, 1959, **13**, 136.
 A. ERDELYI. — *Nieuw Arch. voor Wisk Amsterdam*, 1939, **20**, 1.
 A. ERDELYI. — *Proc. Royal. Soc. Edinburgh*, 1948, AG-2, 378.
 E. FEENBERG et G. TRIGG. — *Rev. Mod. Phys.*, 1950, **22**, 399.
 R. J. GLAUBER et P. C. MARTIN. — *Phys. Rev.*, 1958, **109**, 1307.
 W. GOLD et L. SPRUCH. — *Phys. Rev.*, 1958, **110**, 290.
 W. GOLD et L. SPRUCH. — *Phys. Rev.*, 1959, **113**, 1060.
 J. HOROWITZ. — *Journal Phys. Rad.*, 1952, **13**, 429.
 J. K. KNIPP et G. E. UHLENBECK. — *Physica*, 1936, **3**, 425.
 H. LANGEVIN-JOLIOU. — *Ann. Phys.*, 1957, **2**, 16.
 G. LAURICELLA. — *Rediconti Circolo Math. Palermo*, 1893, **7**, III.
 R. R. LEWIS et G. W. FORD. — *Phys. Rev.*, 1957, **107**, 756.
 C. LONGMIRE. — *Phys. Rev.*, 1949, **75**, 15.
 C. S. MEIJER. — *Proc. Akad. Wet. Amsterdam*, 1938, **41**, 275.
 T. B. NOVEY. — *Phys. Rev.*, 1953, **89**, 672.
 A. PYTTE. — *Phys. Rev.*, 1957, **107**, 1681.
 N. STARFELT et N. L. SVANTESSON. — *Phys. Rev.*, 1955, **97**, 708.
 J. WENESER. — *Phys. Rev.*, 1953, **91**, 1025.
 C. S. WU. — *Phys. Rev.*, 1941, **59**, 481.

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

L'Interaction nucléon-antinuécléon.

VU ET APPROUVÉ :

Paris, le 18 juillet 1960.

Le Doyen de la Faculté des Sciences.

J. PÉRÈS.

VU ET PERMIS D'IMPRIMER :

Le Recteur de l'Académie de Paris,

JEAN SARRAILH.

